

EXERCICES CORRIGES

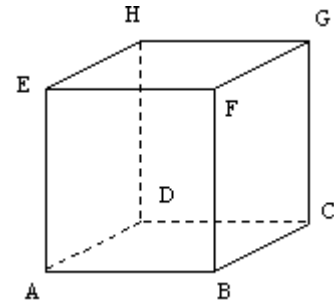
Exercice n°1.

Un cube ABCDEFGH est représenté ci-contre :

Les quadruplets de points suivants déterminent-ils un repère de l'espace ?

Ce repère est-il orthonormal ?

- | | |
|-----------------|--------------|
| 1) a) (D,A,C,H) | b) (D,A,B,H) |
| c) (D,B,F,H) | d) (D,C,H,E) |
| e) (A,B,C,G) | f) (A,B,C,F) |
| g) (A,B,C,H) | h) (A,B,C,E) |

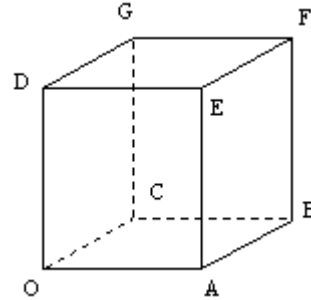


Exercice n°2.

Considérons le cube ci-contre, d'arête égale à 1

On considère le repère $(O; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD})$.

- Donner les coordonnées des sommets du cube.
- Quelles sont les coordonnées du milieu de [AE] ?
- Quelles sont les coordonnées du centre I du carré DEFG ?
- Quels sont les points de coordonnées respectives $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$; $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$?



Exercice n°3.

ABCDEFGH est un pavé droit..

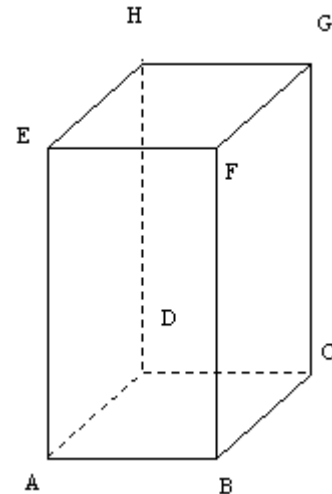
AB=AD=1.

AE=2

I est le milieu de [DH]

Calculez les coordonnées de chacun des huit sommets dans chacun des repères suivants :

- $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$
- $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DI})$



Exercice n°4.

On considère un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ}; \overrightarrow{OK})$

- A est le point de coordonnées (1 ; 1 ; 0).
- a) Quelle est la nature du quadrilatère OIAJ ?
- b) Calculez OA
- 2) B est le point de coordonnées (0 ; 1 ; 1).
- c) Quelle est la nature du quadrilatère OJBK ?
- d) Calculez OB

Exercice n°5.

Les points A et B ont pour coordonnées respectives (3;5;-2) et (4;-3;1).

- Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
- Calculer les coordonnées du point I, milieu de [AB].

Exercice n°6.

Dans un repère orthornormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points A(2,4,-7) et B (-2,1,-1).

Calculer la norme du vecteur \overrightarrow{AB}

Exercice n°7.

- Les vecteurs $\vec{u}(3;6;12)$ et $\vec{v}(2;4;8)$ sont ils colinéaires ?
- Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$?
- Quelles sont les coordonnées du vecteur $2\vec{u} - 5\vec{v}$?

Exercice n°8.

Soient A(-2 ; 1 ; 10) ; B(-3 ; 1 ; -2) et C le point tel que $\overrightarrow{OC} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$.

Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = 4\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$.

Exercice n°9.

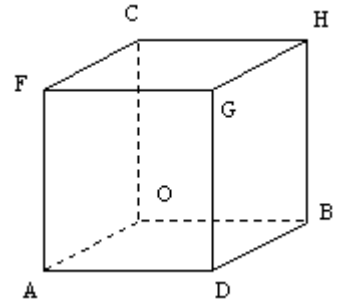
Dans le cube ci-dessous, on considère le repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ tel que

$$\overrightarrow{OA} = 10\vec{i}, \overrightarrow{OB} = 10\vec{j} \text{ et } \overrightarrow{OC} = 10\vec{k}$$

Déterminer les coordonnées des points E, F, G, H, L et K définis vectoriellement par

$$\overrightarrow{OE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB} - \frac{3}{10}\overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{OK} = \frac{6}{5}\overrightarrow{OG} + \frac{1}{5}\overrightarrow{OE} \text{ et } \overrightarrow{AL} = \frac{2}{5}\overrightarrow{DB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OF}$$



Exercice n°10.

Dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points : A(3;0;0) B(0;5;0) et C(0;0;4). Calculez les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

Exercice n°11.

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points A(2;1;3) B(4;-1;5) et C(4;2;-7)

- 1) Montrez que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- 2) Calculez les coordonnées des points :
 - a) D tel que $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
 - b) E est le milieu de [BC]
 - c) F est le centre de gravité du triangle ABC.
 - d) G vérifie $3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$

Exercice n°12.

Soient A(-1 ; -2 ; -3) , B(1 ; 1 ; 1) et C(3 ; 4 ; 5). Montrer que les points A, B et C sont alignés.

Exercice n°13.

Soient A(2 ; 1 ; 5), B $\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$ et C(0 ; -5 ; 3). Déterminer les coordonnées du point D pour que (ABCD) soit un parallélogramme.

Exercice n°14.

Soient A $\left(1; 3; \frac{1}{2}\right)$, B(-1 ; 4 ; 1), C(2 ; 3 ; 0) et D(1 ; 4 ; 0). Montrer que les points A, B, C et D sont coplanaires.

Exercice n°15.

Le plan P a pour équation : $x + 3y - z + 7 = 0$

- 1) Donner un vecteur normal à P
- 2) a) Donner les coordonnées d'un point M de P.
- b) Le point L(1;-1;2) appartient-il au plan P ?
- c) Déterminer le réel z pour que le point N(2;5;z) appartienne au plan P.

Exercice n°16.

Le plan P a pour équation : $2x + y + z = 6$

- 1) Donner un vecteur normal à P
- 2) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection du plan P avec l'axe des abscisses (Ox).
- b) Déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives du plan P avec les axes (Oy) et (Oz).
- 3) Dans un repère de l'espace, placer les points A, B et C. Tracer les droites (AB), (AC) et (BC), traces du plan P sur les plans de coordonnées

Exercice n°17.

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points A(-3;4;6) B(2;3;1) C(1;3;3) et D(6;2;-2)

- 1) Calculez les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{CD}
- 2) a) Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont ils colinéaires ?
- b) Justifiez que les droites (AB) et (CD) sont parallèles

- 3) On considère l'équation (E) $2x + 5y + z = 20$ et le point $F(1;1;1)$
- a) Vérifiez que les coordonnées des points A,B,C et D vérifient cette équation.
- b) Déterminez les coordonnées de S tels que A,B et S soient alignés et $x_S = 7$
- c) Déterminez les coordonnées du point P vérifiant l'équation (E) et tel que O,F et P soient alignés.

Exercice n°18.

Déterminer un vecteur normal \vec{n} pour chacun des plans suivants :

$$P_1 : -x + y + 2z - 1 = 0 \quad P_2 : 3x - y = 0 \quad P_3 : 2y - 1 = 0 \quad P_4 : 2x - z + 3 = 0$$

Exercice n°19.

Déterminer une équation du plan P passant par le point A et de vecteur normal \vec{n}

- 1) $A(2;-3;5)$ et $\vec{n}(3;2;1)$ 2) $A(4;-2;1)$ et $\vec{n}(5;3;2)$ 3) $A(1;1;0)$ et $\vec{n}(0;2;1)$

Exercice n°20.

On considère le plan P d'équation : $2x - 3y + 6z - 18 = 0$

- 1) Donner un vecteur normal \vec{n} au plan P
- 2) Déterminer une équation du plan P' parallèle au plan P passant par le point $B(6;-4;-4)$.

Exercice n°21.

On considère les plans P et P' de l'exercice précédent.

Déterminer le point A du plan P tel que \overrightarrow{AB} et \vec{n} soient colinéaires.

En déduire la distance entre les plans parallèles P et P' .

Exercice n°22.

Dans chacun des cas suivants, préciser si les plans P et P' sont parallèles :

- a) P d'équation $2x + y - z = 5$ et P' d'équation $-x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 7$
- b) P d'équation $x + 3y - 5z = 4$ et P' d'équation $-3x - 9y + 15z = -6$
- c) P d'équation $x + 3y - 2z = 8$ et P' d'équation $-4x - 12y + 8z = -32$

Exercice n°23.

On considère les points $A(2;1;1)$, $B(3;0;2)$ et $C(0;2;1)$.

On cherche à déterminer une équation du plan (ABC) de la forme $ax + by + cz = d$, par deux méthodes différentes.

- 1) a) Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . Vérifiez que les points A,B et C définissent un plan (ABC).
- b) Déterminer un vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$ au plan (ABC). (on pourra écrire que $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0$ et $\overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = 0$, et choisir $a=1$)
- c) En déduire une équation du plan (ABC)
- 2) En écrivant que chacun des points A,B et C appartient au plan (ABC), déterminer une équation de ce plan (On sera amené à choisir une valeur pour l'un des nombres a , b , c ou d .)

Exercice n°24.

Soient les deux plans P et P' d'équations respectives dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

Pour P : $(\cos t)x + (\sin t)y - z = 0$

Pour P' : $(\cos t)x + (\sin t)y + z = 0$

où t représente un paramètre réel.

- 1) P et P' sont-ils perpendiculaires? Justifier.
- 2) Pour quelles valeurs de t l'axe Ox est-il parallèle à P ?
- 3) Donner un vecteur directeur de la droite intersection des deux plans.
- 4) Calculer la distance de $A(\cos t, \sin t, -3)$ au plan P .