

TD-ETUDE DES FONCTIONS

Exercice1 : Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^2 + x + \frac{2}{3}$$

1. Déterminer les dérivées première et seconde de la fonction f .
2. Dresser le tableau de signe de $f''(x)$. et étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent

Exercice2 : Soit la fonction f définie sur $I = [0; \pi]$

par : $f(x) = \sin^2 x$ Étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur I

Exercice3 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 \sqrt{1+x}$$

1. étudier la dérivabilité de f à droite en $x_0 = -1$.
2. donner une interprétation géométrique

Exercice4 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x-6}$$

déterminer les limites aux bornes de D_f et (Donner une interprétation géométrique des résultats)

Exercice5 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$$

Montrer que la droite $(\Delta): y = -1$ est une asymptote horizontale à la courbe C_f au voisinage de $-\infty$

Exercice6 : Soit f la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}^* : f(x) = 2 + \frac{x-1}{x^2}$$

étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontale à la courbe C_f au voisinage de ∞

Exercice7 : Soit f la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}^* - \{3\} : f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-3}$$

montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice8 : Soit la fonction définie par :

$f(x) = \sqrt{x}$ étudier les branches paraboliques au voisinage de $+\infty$

Exercice9 : Soit la fonction définie par :

$f(x) = x^3$ étudier les branches paraboliques au voisinage de $+\infty$

Exercice10 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

Exercice11 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2+1}$$

1) Déterminer D_f

2) montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice12 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x-x^2}$$

1) Déterminer D_f

2) montrer que la droite $(\Delta): x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice13 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5$$

montrer que la droite $(\Delta): x = \frac{1}{3}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice14 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3}$$

montrer que la droite $(\Delta): x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice15 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \cos x$$

montrer que la droite $(\Delta): x = k\pi ; k \in \mathbb{Z}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f



Exercice16 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$$

- 1) montrer que : $\forall \in D_f : f(x) = x - 2 + \frac{2}{x + 1}$
- 2) montrer que le point $\Omega(-1; -3)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice17 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sin x - \cos x$$

montrer que le point $\Omega\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice18 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x - 2}$$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer $f'(x)$
- 3) calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 4) montrer que la courbe C_f que la fonction f admet une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$ que l'on déterminera

Exercice19 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x + 3$$

- 1) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f
- 2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
- 3) dresser le tableaux de variation de f
- 4) Étudier la concavité de la courbe de (C_f) et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur $\mathbb{R}$
- 5) montrer que le point $I(0; 3)$ est un centre de symétrie de (C_f) et déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) en $I(0; 3)$
- 6) on utilisant le tableaux de variation de f montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que : $\alpha < -1$ et vérifier que $-2.2 < \alpha < -2.1$ et déterminer le signe de $f(x)$
- 7) Tracer la courbe C_f et discuter suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation : $x^3 - 3x + 3 = m$

Exercice20 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1}$$

- 1) déterminer D_f ensemble de définition de f
- 2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
- 3) étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontal
- 4) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f
- 5) déterminer les points d'intersections de (C_f) avec l'axe des abscisses f
- 6) montrer que la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de (C_f)
- 7) tracer la courbe (C_f)

Exercice21 : soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$$

- 1) déterminer les limites aux bornes de D_f
- 2) déterminer les réels a et b tel que :
$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3} \quad \forall x \in D_f$$
- 3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
- 4) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f
- 5) montrer que le point $\Omega(3; 4)$ est un centre de symétrie de (C_f)
- 6) calculer $f''(x) \quad \forall x \in D_f$ et étudier la concavité de la courbe de f
- 7) étudier la position de courbe (C_f) et son asymptote oblique (Δ)
- 8) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère
- 9) déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) en $x_0 = 2$
- 9) tracer la courbe (C_f)

Exercice 22: Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Déterminer les limites aux bornes de D_f
- 3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
- 4) étudier la dérivabilité de f adroite de 2 et à gauche de -1



5) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f

6) tracer la courbe (C_f)

Exercice23: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période $T = \pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$

Exercice24: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période $T = 2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) donner l'équation de la tangente (T) à la courbe de f en $x_0 = 0$

5) calculer $f''(x)$ en fonction de $\sin x$

6) déterminer les points d'inflexions de la courbe (C_f)

7) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi; 4\pi]$

Exercice25: soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0; \pi]$

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$

Autre exercices

Exercice1 : Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 1$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f .
3. Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

Exercice2 : Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition D_g .
2. Déterminer les limites aux bornes de D_g
3. Effectuer la division de

$$P(x) = 2x^2 - x \text{ sur } (x - 1)$$

puis en déduire que $(\forall x \in D_g) \quad g(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x - 1}$

4. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - (2x + 1)$

On dit que la droite $(\Delta): y = 2x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$

Exercice3 : Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

1. Déterminer le domaine de définition de h et étudier sa parité.
2. Etudier les limites en $+\infty$ et $-\infty$
3. Déterminer la fonction dérivée de la fonction h et dresser le T.V
4. Déterminer l'équation de la tangente en $O(0,0)$
5. Etudier les positions relatives de T et la courbe
6. Tracer la courbe C_f

C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

