TD ***LIMITE D'UNE FONCTION***

EXERCICES D'PPLICATIONS ET DE REFLEXIONS

PROF: ATMANI NAJIB

1BAC BIOF

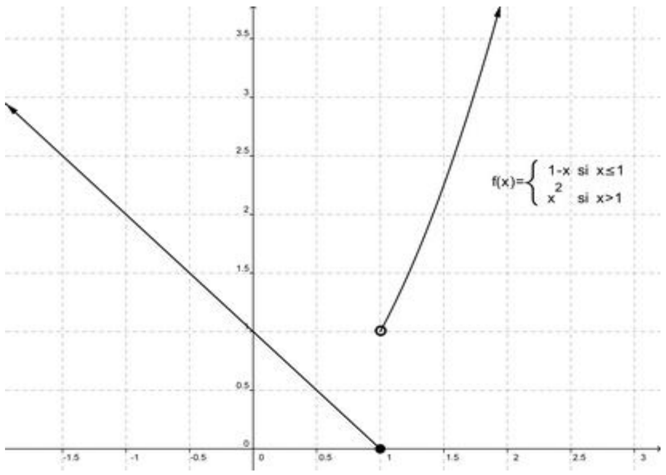
TD-LIMITE D'UNE FONCTION

Exercice1 : déterminer : $\lim_{x\to 0} x^2+x+2+\frac{1}{x^2}$

Exercice2 : Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{|x-1|x}{x^2-1}$

Déterminer $\lim_{\substack{x\to 1\\ x\succ 1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to 1\\ x\prec 1}} f(x)$

Exercice3 :



La courbe ci-contre est la courbe de la fonction définie par Morceaux comme suite :

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto 1 - x \ si \ x \leq 1$

$x \mapsto x^2 \ si \ x \succ 2$

Déterminer graphiquement les limites de la fonction f à droite et à gauche de 1.

Exercice4: Soit la fonction g définie par :

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto 2x^2 - x + 3 \ si \ x \geq 1$

$x \mapsto -x^2 + x + \alpha \ si \ x < 1$

Déterminer α pour que la fonction g admet une limite en 1.

Exercice5 : Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$

Etudier la limite de f en $x_0 = -1$

Exercice6 : déterminer : $\lim_{x\to +\infty} x^2-\sqrt{x}$

Exercice7 : déterminer :1) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3+1}{(x-1)^2}$

2) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^3+1}{(x-1)^2}$

3) $\lim_{x\to \pm\infty} 2x^3+x^2-x+4$

Exercice8 :calculer $\lim_{x\to 1^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$

Exercice9 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to +\infty} 2x+5x^2-7x^4$ 2) $\lim_{x\to +\infty} \frac{2x+5x^2-7x^4}{x-10x^2+14x^3}$

3) $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x+8x^2-2x^5}{x^2+2x^6}$ 4) $\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-x}{2x^3+2x-4}$

5) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-3x+2}$

Exercice10 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ 2) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\cos\sqrt{x}-1}{x}$ 3) $\lim_{x\to \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{6}}$

Exercice11 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} x^2\sin\frac{1}{x}$ 2) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$ 3) $\lim_{x\to +\infty} \frac{1+\sin x}{x^2(2+\cos x)}$

4) $\lim_{x\to -\infty} 1+\frac{x}{2+\sqrt{x^4+1}}$

Exercice12 : Soient les fonctions tels que :

$f(x)=\sqrt{2x+1}\left(-3x^2+x\right)$ et $g(x)=\frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}\left(\sqrt{x}+1\right)$

$k(x)=\frac{-3x+1}{x(x-2)}$ et $h(x)=\frac{x^2+1}{x^3}\sin x$

1)Déterminer : $\lim_{x\to 2} f(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

2)Déterminer : $\lim_{x\to +\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to 3} g(x)$

3)Déterminer : $\lim_{x\to 0} h(x)$

4)Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de k

Exercice13 : calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x}-2}{x^2+3x-10}$ 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3+3x^2-4x-1}{x^3-1}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x}-x$ 4) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

Exercice14 : monter que : $\lim\limits_{x\to 0}x^2\cos\left(\dfrac{2}{x}\right)=0$

Exercice15 : monter que: $\lim\limits_{x\to 0}2+x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$

Exercice16 : a)monter que: $\left|f(x)-3\right|\leq\dfrac{2}{3}|x-4|$

b)monter que: $\lim\limits_{x\to 4}\sqrt{2x+1}=3$

Exercice17 : Soit la fonction : $f:x\mapsto\dfrac{1+\sin x}{1+\sqrt{x}}$

déterminer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

Exercice18: Soit la fonction : $f:x\mapsto\left(x^2+x^4\right)\sin\dfrac{1}{x}$

déterminer : $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

Exercice19 : Soit la fonction : $f(x)=3x^2+5x+1$

Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$ on a $3x^2\leq f(x)$

En déduire : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

Exercice20 : Soit la fonction : $f:x\mapsto x+\sin x-1$

déterminer : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

Exercice21 : Soit $f(x)=\dfrac{2+\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)}{x^2}$

1- Montrer que $(\forall x\in\mathbb{R}^*)$ $f(x)\geq\dfrac{1}{x^2}$

2- En déduire $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien