Lycée : Ibn Zohr - Tanger 1BAC fr	Les suites	P. Hicham ESSAFI

Exercice 1 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=17$ et $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+12 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Montrer par récurrence que, $u_n>16$. $(\forall n\in\mathbb{N})$
2) Montrer que (u_n) est décroissante.
3) On définit la suite (v_n) par : $v_n=u_n-16$ $(\forall n\in\mathbb{N})$.
   Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
4) Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n+16$.
5) On pose $S_n=v_0+v_1+......+v_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
   Et $T_n=u_0+u_1+.....+u_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
   Calculer S_n et T_n en fonction de n

Exercice 2 : On considère la suite $(u_n)_{n\geq1}$ définie par : $u_1=5$ et $u_{n+1}=\frac{5u_n-4}{1+u_n} \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$.

1) Montrer par récurrence que, $u_n>2$. $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$
2) On définit la suite $(v_n)_{n\geq1}$ par : $v_n=\frac{3}{u_n-2}$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$.
   a) Démontrer que la suite $(v_n)_{n\geq1}$ est une suite arithmétique de raison 1.
   b) Montrer que, $u_n=2+\frac{3}{n}$.

Exercice 3 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=\frac{1}{4}$ et $u_{n+1}=u_n^2+\frac{1}{2}u_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Calculer u_1 et u_2
2) .a) Montrer par récurrence que, $0<u_n\leq\frac{1}{4}$. $(\forall n\in\mathbb{N})$
   .b) En déduire que (u_n) est une suite décroissante.
3) .a) Montrer que : $u_{n+1}\leq\frac{3}{4}u_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
   .b) En déduire $u_{n+1}\leq\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

Exercice 4 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=\frac{3u_n-8}{2u_n-5} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Montrer par récurrence que, $u_n<2$. $(\forall n\in\mathbb{N})$
2) On définit la suite (v_n) par : $v_n=\frac{u_n-3}{u_n-2}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$.
3) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison 2.
4) En déduire v_n et u_n en fonction de n

Exercice 5: On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=0$ et $u_{n+1}=3u_n-2n+3 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Calculer u_1 et u_2
2) Montrer par récurrence que, $u_n\geq n$. $(\forall n\in\mathbb{N})$
3) Démontrer que la suite (u_n) est croissante
4) On pose $v_n=u_n-n+1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   b) En déduire v_n en fonction de n
   c) En déduire que $u_n=3^n+n-1 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
5) On pose $S_n=v_0+v_1+......+v_{n-1} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
   Et $T_n=u_0+u_1+.....+u_{n-1} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$
   Calculer S_n et T_n en fonction de n