

## Suites arithmétiques. Suites géométriques

Suites arithmétiques	Suites géométriques
<p><b>Définition.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(u_n)</math> est une suite arithmétique si et seulement si il existe un réel <math>r</math> tel que, pour tout entier naturel <math>n</math>,</li></ul> $u_{n+1} = u_n + r.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(u_n)</math> est une suite arithmétique si et seulement si la suite</li></ul> $(u_{n+1} - u_n) \text{ est constante.}$	<p><b>Définition.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>(u_n)</math> est une suite géométrique si et seulement si il existe un réel <math>q</math> tel que, pour tout entier naturel <math>n</math>,</li></ul> $u_{n+1} = u_n \times q.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la suite <math>(u_n)</math> ne s'annule pas, la suite <math>(u_n)</math> est une suite géométrique si et seulement si la suite</li></ul> $\left( \frac{u_{n+1}}{u_n} \right) \text{ est constante.}$
<p><b>Expression de <math>u_n</math> en fonctions de <math>n</math>.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la suite <math>(u_n)</math> est arithmétique de premier terme <math>u_0</math> et de raison <math>r</math>, pour tout entier naturel <math>n</math>,</li></ul> $u_n = u_0 + nr.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les suites arithmétiques sont les suites de la forme</li></ul> $(an + b)_{n \in \mathbb{N}}$ <p>où <math>a</math> et <math>b</math> sont deux réels (ou deux complexes)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tous entiers naturels <math>n</math> et <math>p</math>,</li></ul> $u_n = u_p + (n - p)r.$	<p><b>Expression de <math>u_n</math> en fonctions de <math>n</math>.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si la suite <math>(u_n)</math> est géométrique de premier terme <math>u_0</math> et de raison <math>q</math>, pour tout entier naturel <math>n</math>,</li></ul> $u_n = u_0 \times q^n.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les suites géométriques sont les suites de la forme</li></ul> $(a \cdot b^n)_{n \in \mathbb{N}}$ <p>où <math>a</math> et <math>b</math> sont deux réels (ou deux complexes).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tous entiers naturels <math>n</math> et <math>p</math>,</li></ul> $u_n = u_p \times q^{n-p}.$ <p>(pour <math>q \neq 0</math> si <math>n \leq p</math>).</p>
<p><b>Suites arithmétiques et moyennes arithmétiques.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tout entier naturel <math>n</math> non nul,</li></ul> $u_{n-1} + u_{n+1} = 2u_n. \text{ et } u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}.$	<p><b>Suites géométriques et moyennes géométriques.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tout entier naturel <math>n</math> non nul,</li></ul> $u_{n-1} \times u_{n+1} = u_n^2. \text{ et } u_n = \sqrt{u_{n-1} u_{n+1}},$ <p>(si <math>(u_n)</math> est une suite positive).</p>
<p><b>Sommes de termes consécutifs d'une suite arithmétique.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tout entier naturel non nul <math>n</math>,</li></ul> $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tous entiers naturels <math>n</math> et <math>p</math> tels que <math>p \leq n</math>,</li></ul> $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = \frac{(u_p + u_n)(n - p + 1)}{2}$ $= \frac{(\text{1er terme} + \text{dernier terme})(\text{nbre de termes})}{2}.$	<p><b>Sommes de termes consécutifs d'une suite géométrique.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tout entier naturel <math>n</math> et tout nombre complexe <math>q</math>,</li></ul> $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \begin{cases} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} & \text{si } q \neq 1 \\ n + 1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pour tous entiers naturels <math>n</math> et <math>p</math> tels que <math>p \leq n</math>,</li></ul> $u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \text{ (si } q \neq 1)$ $= (\text{1er terme}) \times \frac{1 - q^{\text{nbre de termes}}}{1 - q}.$