

PROF: ATMANI NAJIB

Série produit scalaire dans le plan

Exercice 1

Soient $A(3 ; 6)$; $B(-1 ; -2)$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$

1) Déterminer m pour que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{u}$ soient :

a) orthogonaux

b) colinéaires

2) Pour $m = -3$

a) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{AB}$.

b) En déduire une valeur de $\cos(\vec{u}, \vec{AB})$.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite orthogonale à (AB) et passant par A .

Exercice 2

On donne les points A et B tel que $AB = 3$

1) Soit G le barycentre des points pondérés $\{A ; 1\}$ et $\{B ; 4\}$

Déterminer GA^2 et GB^2 .

2) Soit $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / MA^2 - 4MB^2 = 6\}$ déterminer et construire l'ensemble E .

Exercice 3

Soit ABC un triangle tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$ et soit $I = A * B$

1) Calculer AI

2) Montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 7$.

3) Déterminer l'ensemble $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / MA^2 - 3MI^2 = 44\}$.

4) Soit G le centre de gravité de ABC .

On pose $f : \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R} ; M \mapsto f(M)$ tel que $f(M) = \vec{MB} \cdot \vec{MC} - \frac{2}{3} \vec{AI} \cdot \vec{MG}$.

a) Calculer $f(A)$ et $f(C)$.

b) Montrer que pour tout point M du plan on a $f(M) = MG^2 + f(G)$.

c) Déterminer suivant le réel a l'ensemble $F_a = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / f(M) = a\}$.

Exercice 4

- 1) Soient A et B deux points distincts et $I = A * B$.
 - a) Construire un point C tel que le triangle AIC soit rectangle et isocèle en I.
 - b) Montrer que $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{AI^2}{2}$.
- 3) Déterminer puis construire l'ensemble $E = \{M \text{ appartient à } \mathcal{P} / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \frac{AB^2}{8}\}$.

Exercice 5

Soit ABC un triangle équilatéral direct de côté $a > 0$. Soit D le point vérifiant $2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

- 1) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ en fonction de a.
- 2) Montrer que (AB) est parallèle à (DC).
- 3) Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$. En déduire une construction de D.
- 4) Soit $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}; M \mapsto f(M)$ tel que $f(M) = 2MA^2 - 2MB^2 - MC^2$.
 - a) Vérifier que $f(C) = 0$.
 - b) Exprimer $f(M)$ en fonction de MD et a.
 - c) En déduire l'ensemble F des points M tels que $f(M) = 0$.
- 5) Soit $g: \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}; M \mapsto g(M)$ tel que $g(M) = 2\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DB} + a^2$. Déterminer l'ensemble G des points M tels que $g(M) = a^2$.
- 6) Soit I le point d'intersection de F et G autre que C. Montrer que CDI est triangle équilatéral.