

01.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est le milieu du segment [AB] .
- I et J deux points de (P) qui vérifient les relations suivantes $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AC}$.
- (D) est la droite parallèle à (AC) et qui passe par J coupe (BC) au point K .

1. Trouver une expression qui exprime que le point I est barycentre de A et B .

2. Trouver une expression qui exprime que le point L est barycentre de A et C .

3. Trouver une expression qui exprime que le point K est barycentre de B et C .

02.

On considère dans le plan (P) rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) un triangle ABC tel que :

- G est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,3);(C,-3)\}$.

1. Montrer que : $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{CB}$ puis on déduit la position relative des deux droites : (AG) et (BC) .

2. Déterminer les coordonnées de G sachant que : A(1,2) et B(2,3) et C(-4,5) .

03.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- G est centre de gravité (isobarycentre) du triangle ABC .
- I est le milieu du segment [BC] .
- (Δ) est la droite parallèle à (BC) et qui passe par G coupe (AC) au point E .
- Le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$.

1. Construire une figure .

2. Montrer que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$ puis trouver les poids a et c tel que E est barycentre des points pondérés (A,a) et (C,c) .

3. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(D,1)\}$.

4. ..

a. Montrer que : le point I est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(D,1);(C,2)\}$.

b. On déduit que : I et D et E sont alignés .

04.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(C,1)\}$.

- J est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,2)\}$.
- K est barycentre du système pondéré $\{(C,1);(B,-4)\}$.

1. Construire une figure .

2. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(K,3);(C,1)\}$.

3..

a. Déterminer barycentre du système pondéré $\{(A,2);(K,3);(C,1)\}$.

b. On déduit la position du point J par rapport aux points I et K.

05.

Soient A et B deux points distincts du plan (P), tel que $AB = 8$.

1. Construire le point G barycentre du système pondéré $(A;a)$ et $(B;b)$ avec :

a. $a = 3$ et $b = 1$.

b. $a = 3$ et $b = -1$.

06.

Soit G barycentre du système pondéré $(A;a)$ et $(B;b)$.

1. Déterminer a et c dans les cas suivants :

a. $2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \vec{0}$.

b. $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{BG} = \vec{0}$.

c. $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{BA}$.

d. $5\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{AB}$.

07.

Soit G barycentre du système pondéré $\{(A,1), (B, \frac{-1}{2})\}$.

1. Simplifier les expressions suivantes :

a. $\overrightarrow{MA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$.

b. $6\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}$.

08.

Soit G barycentre du système pondéré $\{(A,2), (B,-3), (C,2)\}$ et I est le milieu de $[AC]$.

1. Montrer que : $4\overrightarrow{IG} - 3\overrightarrow{BG} = \vec{0}$

09.

On considère dans le plan (P) un triangle ABC tel que :

- I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(C,1)\}$.

- J est barycentre du système pondéré $\{(A,1);(B,2)\}$.
- K est barycentre du système pondéré $\{(C,1);(B,-4)\}$.

1. Construire les points I et J et K .

2. Montrer que : le point B est barycentre du système pondéré $\{(K,3);(C,1)\}$.

3. Soit le point G barycentre du système pondéré $\{(A,2);(K,3);(C,1)\}$.

- On déduit que : G barycentre du système pondéré $\{(I,3);(K,3)\}$.
- On déduit la position relative du point J par rapport au segment $[KI]$.
- Montrer que : le point G est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(B,4)\}$.
- On déduit que : $G = J$.

10.

Soit ABCD est un carré et K est barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$ et $(C,2)$ et $(D,1)$.

1. Soit I est barycentre du système pondéré $\{(A,2);(B,-1)\}$ déterminer I puis construire I .

2. Soit J est barycentre du système pondéré $\{(C,2);(D,1)\}$ déterminer J puis construire J .

3..

- Ecrire le vecteur $2\overrightarrow{KA} - \overrightarrow{KB}$ en fonction de \overrightarrow{KI} .
- Ecrire le vecteur $2\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD}$ en fonction de \overrightarrow{KJ} .

4. Déterminer le barycentre des points pondérés $(I,1)$ et $(J,3)$. A $(1,2)$ et B $(2,3)$.

5. Construire le point K sur la figure (on justifier).

6. On suppose que le plan (P) rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que : A $(1,2)$ et B $(2,3)$ déterminer les coordonnées du point I