

MANTI	DEVOIR 2	1 <sup>ÈRE</sup> BAC
<p><b>EXERCICE 1</b></p> <p>On considère la fonction <math>f</math> définie sur <math>\mathbb{R}</math> par <math>f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 3}</math> ; soit <math>(C)</math> la courbe de <math>f</math> dans un repère orthonormé <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>étudier les branches infinies de la courbe <math>(C)</math></li> <li>étudier la position de <math>(C)</math> par rapport à la droite <math>(D) : y = 1</math></li> <li> <ol style="list-style-type: none"> <li>montrer que <math>(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f'(x) = \frac{4(-x^2 + 3x)}{(x^2 - 2x + 3)^2}</math></li> <li>dresser le tableau de variations de <math>f</math></li> </ol> </li> <li>tracer la courbe <math>(C)</math></li> </ol>		
<p><b>EXERCICE 2</b></p> <p>Soit <math>f</math> la fonction définie par : <math>f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}</math></p> <p>et soit <math>(C)</math> la courbe de <math>f</math> dans un repère orthonormé <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>déterminer <math>D</math> le domaine de définition de <math>f</math> et montrer que <math>f</math> est une fonction impaire</li> <li>calculer les limites <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)</math> , <math>\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x &gt; 1}} f(x)</math> et <math>\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x &lt; 1}} f(x)</math></li> <li> <ol style="list-style-type: none"> <li>vérifier que <math>(\forall x \in D) \quad f(x) = x - \frac{3x}{x^2 - 1}</math></li> <li>en déduire l'équation de l'asymptote oblique à la courbe <math>(C)</math> en <math>+\infty</math></li> <li>étudier la position relatif de <math>(C)</math> et la droite <math>(\Delta) y = x</math></li> </ol> </li> <li> <ol style="list-style-type: none"> <li>montrer que <math>(\forall x \in D) \quad f'(x) = 1 + \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}</math></li> <li>étudier les variations de <math>f</math> puis donner le tableau de variations</li> </ol> </li> <li> <ol style="list-style-type: none"> <li>prouver que <math>(\forall x \in D) \quad f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}</math></li> <li>étudier la concavité de la courbe <math>(C)</math></li> </ol> </li> <li>tracer la courbe <math>(C)</math></li> <li>soit <math>m</math> un paramètre réel .</li> </ol> <p>déterminer graphiquement suivant <math>m</math> le nombre de solutions de l'équation <math>x^2(x - m) = 4x - m</math></p>		