

Devoir surveillé 2 de Mathématiques

12.5 pt **Exercice 1** En rapportant le plan au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , et considérons les points : $A(2, 1)$; $B(4, 3)$ et $C(3 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$.

- 2pt 1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, puis déduire la nature du triangle ABC .
2. Soit (\mathcal{C}) le cercle défini par l'équation cartésienne suivante :

$$(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

Considérons (Δ) la droite défini par : $(\Delta) : mx + y - 7m = 0$ où m est un paramètre réel.

- 1pt (a) Déterminer les coordonnées du centre Ω et le rayon R du cercle (\mathcal{C}) .
1pt (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
1pt (c) Déterminer la valeur de m pour que (Δ) soit perpendiculaire à (AB) .
2.5pt (d) Calculer $d(\Omega, (\Delta))$, puis déduire les valeurs de m pour que la droite (Δ) soit tangente à (\mathcal{C}) en déterminant leur point commun.
1pt 3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}') de diamètre $[AB]$.
1pt 4. Vérifier que C est à l'extérieur de (\mathcal{C}')
3pt 5. Donner les équations cartésiennes des tangentes à (\mathcal{C}') passant par le point C .

7.5 pt **Exercice 2** Soient ABC un triangle et I le milieu du segment $[BC]$ et G le barycentre des points pondérés $(A, -2)$; $(B, 1)$ et $(C, -1)$.

- 2pt 1. (a) Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ puis construire la figure.
1pt (b) En déduire que $AGCI$ est un parallélogramme.
2. Soit K le point d'intersection des droites (CG) et (AB) .
1.5pt (a) Écrire G comme barycentre de C et K avec des coefficients à déterminer.
1.5pt (b) En déduire que G est le milieu du segment $[CK]$ et que $\overrightarrow{KA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{KB}$.
1.5pt 3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| = \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \|$$

Aucun document n'est autorisé.

Les questions peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Toutes les réponses devront être justifiées. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction.