nisse

Evaluation N°1
Premier semestre
Mathématiques

Niveau : 1 bac x International
Durée : 2h
Date : 16/10/2017

Exercice1 : (10 points)

1) Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

P : ($\frac{25}{9}=\frac{5}{3}$ ou ."3 divise 213.") ; Q : ($-\frac{5}{2}<-\frac{1}{2}$ et $|-4|=-4$) (1)

R : ($(\exists n\in Z)\quad n^2-1=0$) ; S : ($(\forall n\in IN)\quad \frac{n+3}{5}\in IN$) (1,5)

2) On considère la proposition suivante :

$$T: \text{"}\ (\forall x\in IR)\ \ 3x^2-4x+2\leq 0\ \text{"}$$

a - Donner la négation de T . (0, 5)

b - Déterminer la valeur de vérité de la proposition T . (0,5)

3) On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\sqrt{x^2+3}-2$, et la proposition

P : " $\forall(a,b)\in IR^2\quad f(a)=f(b)\ \Rightarrow\ a=b$ "

a - Résoudre dans IR l'équation $f(x)=0$. (0,75)

b - Donner la négation de P . (0,75)

c - Déduire que P est fausse . (0,5)

4) En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall(x,y)\in IR^2 : (\ x\neq y\ \text{ et }\ x.y\neq 1\ )\ \Rightarrow\ \left(\frac{x}{x^2+x+1}\neq\frac{y}{y^2+y+1}\right)$$ (1,5)

5) En utilisant le raisonnement par équivalences successives montrer que :

$$(\forall x\in IR^+) :\quad \frac{x+\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}\leq\sqrt{x}+3$$ (1,5)

6) En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

$$(\forall n\in IN)\quad 1+7^1+7^2+\dots\dots+7^n=\frac{7^{n+1}-1}{6}$$ (1,5)

Exercice2 : (4 points)

On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$

1) Montrer que $(\forall x\in IR)\ \ x^2-4x+8\succ 0$, et déduire D_f le domaine de définition de f . (1,5)

2) Montrer que $f(2)=\frac{1}{2}$ est une valeur minimale de la fonction f sur IR . (1)

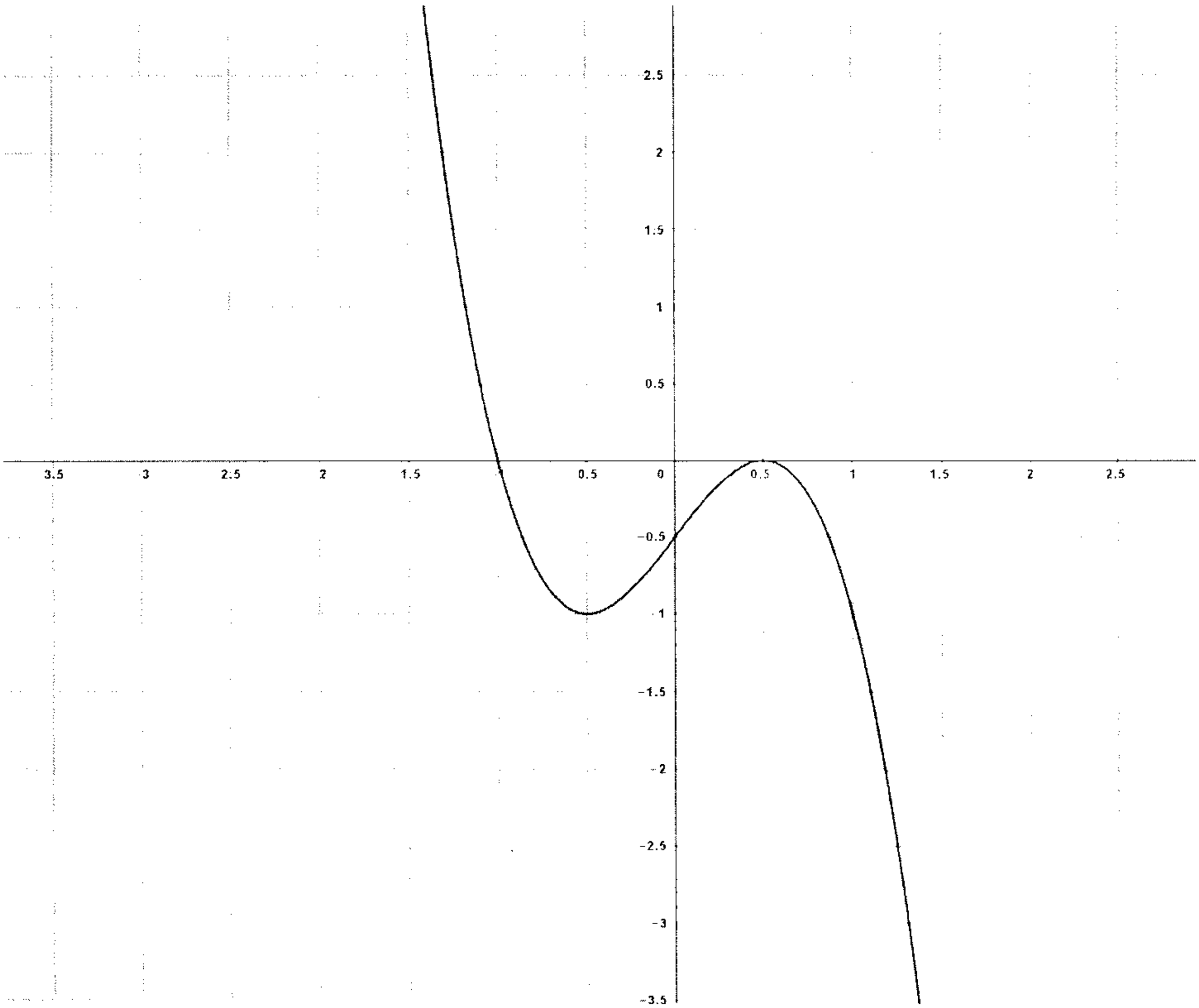
3) a - Montrer que $(\forall x\in IR)\ \ f(x)\leq 1$. (0,75)

b - Est ce que 1 est une valeur maximale de f sur IR ? (0,75)

Exercice3 : (5points)

On considère la fonction numérique f définie sur IR par : $f(x) = -2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

dont la courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ est la suivante :



1) Donner le tableau de variations de f. (0,75)

2) Déterminer graphiquement le signe $f(x)$ de sur IR . (0,75)

3) Résoudre graphiquement dans IR l'équation $-2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$. (1)

4) Montrer graphiquement que : $\left(\forall x \in \left]-\infty; \frac{1}{2}\right]\right)$: $f(x) \geq -1$ (1)

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $-2x^3 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$. (1)

6) Résoudre graphiquement dans IR l'inéquation $f(x) \leq -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

(1,5)