



Evaluation N°1  
Premier semestre  
Mathématiques

Niveau : 1 bac x  
 International  
 Durée : 2h  
 Date : 13/10/2018

**Exercice1** : (10 points)

1) Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

$$P : \left( \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ou } \text{".4 est premier."} \right) ; \quad Q : (2,3 \notin \mathbb{N} \text{ et } |1 - \sqrt{2}| = 1 - \sqrt{2}) \quad (1)$$

$$R : ( \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq x ) ; \quad S : ( \exists n \in \mathbb{N}, n^2 - 2n + 1 = 0 ) \quad (1,5)$$

2) On considère la proposition suivante :  $T : (\forall x \in \mathbb{R}), x < 1 \Rightarrow x^2 < 1$

a - Donner la négation de  $T$  . (0,5)

b - Déduire que la proposition  $T$  est fausse. (0,5)

3) En utilisant le raisonnement par équivalences successives montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{x^4 + 3x^2 + 1} \geq x^2 + 1 \quad (1)$$

4) En utilisant le raisonnement par la contraposée montrer que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x \neq y \text{ et } x \cdot y \neq 2) \Rightarrow \left( \frac{x^2 + 2}{x} \neq \frac{y^2 + 2}{y} \right) \quad (1,5)$$

5) En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que les deux propositions suivantes sont vraies :

$$a - (\forall n \in \mathbb{N}), 1 + 11^1 + 11^2 + \dots + 11^n = \frac{1}{10}(11^{n+1} - 1) \quad (1,5)$$

b - Le nombre  $3^{3n+2} - 2^{n+2}$  est divisible par 5 pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  . (1,5)

6) En utilisant le raisonnement par l'absurde montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ : \sqrt{x} \neq \frac{x+2}{\sqrt{x+4}} \quad (1)$$

**Exercice2** : (3,5 points)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{-2x+4}{x^2 - x + 2}$

1) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}) x^2 - x + 2 > 0$ , et déduire  $D_f$  le domaine de définition de  $f$ . (0,5+0,25)

2) Montrer que  $f$  est majorée par 2 sur  $\mathbb{R}$ . (1)

3) a - Montrer que  $f$  est minorée par -1 sur  $\mathbb{R}$ . (1)

b - Est ce que -1 est une valeur minimale de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  ? (0,75)

**Exercice3** : (6,5 points)

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :  $f(x) = \frac{1}{2}x^3$  ,  $g(x) = \sqrt{x+3}$

1) a - Déterminer  $D_f$ , et le tableau de variation de  $f$  . (0,25+0,5)

b - Déterminer  $D_g$ , et le tableau de variation de  $g$  . (0,5+0,25)

c - Tracer  $C_f$  et  $C_g$  leurs courbes respectives dans le même repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (2)

2) On considère l'équation  $E : x^3 - 2\sqrt{x+3} = 0$  .

a - Montrer que :  $E \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ , et déduire graphiquement que  $E$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $[-3; +\infty[$  . (1)

b - Montrer que :  $1 < \alpha < 2$  . (1)

c - Résoudre graphiquement dans  $[-3; +\infty[$  , l'inéquation  $F : x^3 - 2\sqrt{x+3} > 0$  . (1)