

تصحيح تمارين طاقة الوضع الثقالية الطاقة الميكانيكية

تمرين 1:

التعبير العام لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = mgz + C$$

m: كتلة الجسم

g: شدة الثقالة

z: أنسوب مركز قصور الجسم

C : ثابتة تحدد بالحالة المرجعية

1- الحالة المرجعية $z=2$:

لدينا عند $z=2$ $E_{pp}=0$

$$0 = mg \times 2 + C \Rightarrow C = -2mg$$

$$E_{pp} = mgz - 2mg$$

$$E_{pp} = mg(z-2)$$

▪ عند $z_1=6$ لدينا : $E_{pp}(z_1) = mg(z_1-2)$

$$E_{pp}(z_1) = 2 \times 9,8 \times (6-2) = 78,4 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

▪ عند $z_2=-4$ لدينا : $E_{pp}(z_2) = mg(z_2-2)$

$$E_{pp}(z_2) = 2 \times 9,8 \times (-4-2) = -117,6 \text{ J} \quad \text{ت.ع.}$$

2- الحالة المرجعية $z=-1$:

لدينا عند $z=-1$ $E_{pp}=0$

$$0 = mg(-1) + C \Rightarrow C = mg$$

$$E_{pp} = mgz + mg$$

$$E_{pp} = mg(z+1)$$

▪ عند $z_1=-4$ لدينا :

$$E_{pp} = 2 \times 9,8 \times (-4+1) = -58,8 \text{ J}$$

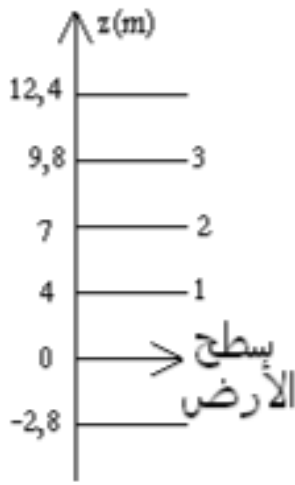
▪ عند $z_2=0$

$$E_{pp} = 2 \times 9,8 \times (0+1) = 19,6 \text{ J}$$

▪ عند $z_3=-1$ لدينا :

$$E_{pp} = 0 \quad (\text{الحالة المرجعية})$$

تمرين 2 :



1- الحالة المرجعية : سطح الأرض $z=0$

$$E_{pp} = mgx_0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

تعبير E_{pp} يصبح :

$$E_{pp} = mgz$$

1.1 - عندما يكون الطفل في الطابق السفلي : $z = -2,8m$

$$E_{pp} = mg(-2,8) = 50 \times 9,8 \times (-2,8)$$

$$E_{pp} = -1372J$$

1.2 - عندما يكون الطفل في الطابق الثاني : $z = 7m$

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times 7$$

$$E_{pp} = 3430J$$

2- الحالة المرجعية : الطابق الثاني : $z = 7m$

$$E_{pp} = mg(7) + C = 0 \Rightarrow C = -7mg$$

تعبير E_{pp} يصبح :

$$E_{pp} = mgz - 7mg$$

$$E_{pp} = mg(z - 7)$$

2.1 - عندما يكون الطفل في الطابق السفلي : $z = -2,8m$

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times (-2,8 - 7)$$

$$E_{pp} = -4802J$$

2.2 - عندما يكون الطفل في الطابق الثالث : $z = 9,8m$

$$E_{pp} = 50 \times 9,8 \times (9,8 - 7)$$

$$E_{pp} = 1372J$$

تمرين 3 :

تعبير تغير طاقة الوضع الثقالية :

في الحالة النهائية : $E_{ppf} = mgz_f + C$

في الحالة البدئية : $E_{ppi} = mgz_i + C$

تغير طاقة الوضع : $\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$

$$\Delta E_{pp} = mgz_f - mgz_i = mg(z_f - z_i)$$

$$\Delta E_{pp} = mg\Delta z$$

• بالنسبة للكرة كتلتها M :

$$\Delta z = OG_0 - OG' = L + r - (L + r)\cos\theta$$

$$\Delta z = (L + r)(1 - \cos\theta)$$

نحصل على :

$$\Delta E_{pp1} = Mg(L + r)(1 - \cos\theta)$$

$$\Delta E_{pp_1} = 500.10^{-3} \times 9,8 \times (50.10^{-2} + 5.10^{-2})(1 - \cos 20^\circ) \quad \text{ت.ع:}$$
$$\Delta E_{pp_1} = 1,62.10^{-1} J$$

• بالنسبة للحبل كتلته m:

$$\Delta z' = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \theta = \frac{L}{2} (1 - \cos \theta) \quad \text{مع } \Delta E_{pp_2} = mg \Delta z'$$

نحصل على:

$$\Delta E_{pp_2} = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\Delta E_{pp_2} = 50.10^{-3} \times 9,8 \times \frac{50.10^{-2}}{2} (1 - \cos 20^\circ) \quad \text{ت.ع:}$$

$$\Delta E_{pp_2} = 7,39.10^{-3} J$$

• بالنسبة للمجموعة {حبل + كرة}:

$$\Delta E_{pp} = \Delta E_{pp_1} + \Delta E_{pp_2}$$

$$\Delta E_{pp} = 1,62.10^{-1} + 7,39.10^{-3} \quad \text{ت.ع:}$$

$$\Delta E_{pp} = 1,69.10^{-1} J$$

تمرين 4 :

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم (S) :

$$E_{pp} = mgz + C \quad \text{لدينا}$$

الحالة المرجعية مطابقة مع أصل الأناسيب : $E_{pp}=0$ عند $z=0$

$$E_{pp} = mgx_0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

نحصل على : $E_{pp} = mgz$

$$\sin \alpha = \frac{z}{x} \Rightarrow z = x \cdot \sin \alpha \quad \text{حسب الشكل لدينا}$$

نستنتج :

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha$$

2- حساب طاقة الوضع :

• عند بداية الحركة :

الجسم يوجد في الحالة المرجعية: $E_{pp}=0$

(يمكن تعويض x ب 0 في تعبير طاقة الوضع الثقالية فنحصل على $E_{pp}=0$)

• عندما ينتقل الجسم (S) ب $x=-2m$ نحصل على :

$$E_{pp} = 700.10^{-3} \times 9,8 \times (-2) \times \sin 20^\circ = -4,69 J$$

لاحظ الجسم يوجد تحت الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية فطاقة وضعه سالبة .

تمرين 5:

1- حساب طاقة الوضع الثقالية للدلو :

• سطح الماء حالة مرجعية و هو يطابق أصل الأناسيب : $E_{pp}=0$ عند $z_1=0$

وبالتالي : $C=0$

تعبير Epp هو :

$$Epp = mgz$$

ت.ع:

$$Epp = 10 \times 9,8 \times (-3) = -294J$$

- مستوى الماء حالة مرجعية وهو يطابق $z_2 = -5m$:
 $Epp = mgz_2 + C = 0 \Rightarrow C = -mgz_2$
تعبير Epp هو :

$$Epp = mgz(z - z_2)$$

$$Epp = 10 \times 9,8 \times \langle (3) - (-5) \rangle = 196J \text{ ت.ع:}$$

2- تغير طاقة الوضع الثقالية عندما يتغير مركز قصور الدلو من مستوى الماء الى مستوى الأرض :

- الحالة المرجعية مستوى سطح الأرض :

- عند سطح الماء $(z_i = -5)$:

$$Epp(z_i) = mgz_i = 10 \times 9,8 \times (-5) = -490J$$

- عند سطح الأرض $(z_f = 0)$:

$$Epp(z_f) = mgz_f = 10 \times 9,8 \times 0 = 0$$

- تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 0 - (-490) = 490J$$

- الحالة المرجعية سطح الأرض :

- عند سطح الماء $(z_i = -5)$:

$$Epp(z_i) = mg(z_i - z_2) = 10 \times 9,8 \times [(5) - (-5)]$$

- عند سطح الأرض $(z_f = 0)$:

$$Epp = mg(z_f - z_2) = 10 \times 9,8 \times [0 - (-5)] = 490J$$

- تغير طاقة الوضع الثقالية :

$$\Delta Epp = Eppz_f - Eppz_i = 490 - 0 = 190J$$

- نستنتج أن تغير طاقة الوضع الثقالية ثابتة $\Delta Epp = cte$ وهي لا تتعلق بالحالة المرجعية .

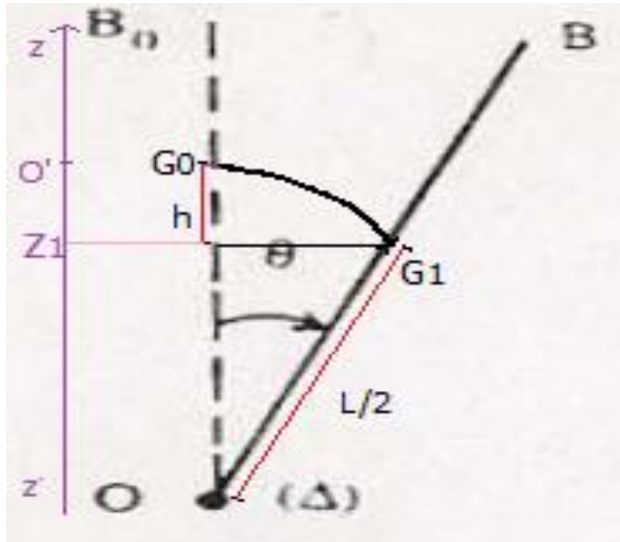
تمرين 6 :

1- (تعبير Epp بدلالة θ :

لدينا : $Epp(z_1) = mgz_1 - mgz_{Ep=0}$

الحالة المرجعية لـ Epp مطابقة لأصل الأناسيب ومنه $mgz_{Ep=0} = 0$

ومنه : $Epp(z_1) = mgz_1$



لدينا :

$$h = \frac{l}{2} \cos \theta \text{ و } z_1 = \frac{l}{2} - h$$

$$\text{وبالتالي : } z_1 = \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \cos \theta = \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$$

تعبير Epp يكتب :

$$Epp = -mg \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\text{ت.ع: } Epp = -600.10^{-3} \times 9,8 \times$$

$$\frac{50.10^{-2}}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$Epp = -1,47(1 - \cos \theta)$$

2- حساب ΔEpp تغير طاقة الوضع :

$$Epp_1 = -1,47(1 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta Epp_2 = -1,47(1 - \cos \theta_2)$$

$$\Delta Epp = Epp_2 - Epp_1 = 1,47(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta Epp = 1,47[\cos(150^\circ) - \cos(15^\circ)]$$

$$\Delta Epp = -2,69J$$

تمرين 7:

1- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين الموضعين A و B نكتب :

$$Ec_B - Ec_A = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

لدينا $v_A = 0$ وبالتالي : $Ec_A = 0$

الاحتكاكات مهملة : $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0$

$$h = AB \cdot \sin \alpha \text{ مع } W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mgh$$

المبرهنة تكتب :

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = m g \cdot AB \sin \alpha$$

$$v_B^2 = 2gAB \cdot \sin \alpha$$

$$v_B = \sqrt{2gAB \cdot \sin \alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 9,8 \times 3 \times \sin 60^\circ}$$

ت.ع:

$$v_B = 7,1m/s$$

2- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من B و C :

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

الحالة المرجعية $Epp = 0$ عند $z = 0$ ومنه $C = 0$

$$E_{pp} = mgz$$

عند الموضع B لدينا : $E_{pp}(B) = mgz_B$

بالاعتماد على الشكل : $z_B = R - R\cos 30^\circ$

$$z_B = R(1 - \cos 30^\circ)$$

$$E_{pp}(B) = mgR(1 - \cos 30^\circ)$$

$$E_{pp}(B) = 400 \cdot 10^{-3} \times 9,8 \times 0,5(1 - \cos 30^\circ) \quad \text{ت.ع.}$$

$$E_{pp}(B) = 0,26J$$

عند الموضع C :

$E_{pp}(C) = 0$ الجسم يوجد في الحالة المرجعية وبالتالي :

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S بين B و C :

$$E_c(C) - E_c(B) = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R})$$

$W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = 0$ لأن الاحتكاكات مهملة

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = mg(z_B - z_C) = mgz_B \quad \text{لأن } z_C = 0$$

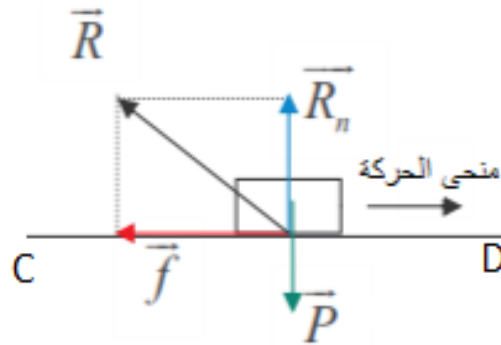
$$E_c(C) = E_c(B) + mgz_B$$

$$E_c(C) = mgAB\sin 60^\circ + E_{pp}(B)$$

$$E_c(C) = 0,4 \times 9,8 \times 3 \times \sin 60^\circ + 0,26 \quad \text{ت.ع.}$$

$$E_c(C) = 10,44J$$

4- حساب شغل قوة التحتك بين C و D :



مبرهنة الطاقة الحركية تكتب :

$$E_c(D) - E_c(C) = W_{C \rightarrow D}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow D}(\vec{R})$$

لدينا : $E_c(D) = 0$ لأن الجسم يتوقف .

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{P}) = 0 \quad \text{لأن اتجاه } \vec{P} \text{ عمودي على متجهة الانتقال } \overrightarrow{CD} .$$

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{R}) = W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) + W_{C \rightarrow D}(\vec{R}_N)$$

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{R}_N) = 0 \quad \text{لأن اتجاه } \vec{R}_N \text{ عمودي على متجهة الانتقال } \overrightarrow{CD} .$$

نستنتج :

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) = W_{C \rightarrow D}(\vec{R}) = -E_c(C)$$

$$W_{C \rightarrow D}(\vec{f}) = -10,44J$$

تمرين 8:

طاقة الوضع الثقالية للعمود :

- عندما يكون زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المستوى الأفقي :
نختار الحالة المجعية لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المر من B والذي نعتبره أصلا للأفاصل .

$E_{pp} = 0$ عند $z=0$ ومنه $C=0$

تعبير $E_{pp} = mgz$ هو :

نحدد أنسوب G حيث : $z_G = BG \sin \alpha$ مع $BG = AB - AG = L - \frac{2L}{3} = \frac{L}{3}$

$$E_{pp} = mg \frac{L}{3} \sin \alpha$$

ت.ع:

$$E_{pp} = 150 \times 9,81 \times \frac{3}{2} \times \sin(60^\circ)$$

$$E_{pp} = 1911,5N$$

- عندما يكون العمود في وضع رأسي :
في هذه الحالة تساوي الزاوية $\alpha = 90^\circ$
طاقة الوضع الثقالية تساوي :

$$E'_{pp} = 150 \times 9,81 \times \frac{3}{2} \times \sin(90^\circ)$$

$$E'_{pp} = 2207,2N$$

تمرين 9:

1- طبيعة التماس بين (S) والجزء AB :
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين A و B :
يخضع الجسم الى قوتين :

- وزنه $\vec{P}$

- تأثير السطح الأفقي $\vec{R}$

$$E_{cB} - E_{cA} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 0$ لأن المتجهة $\vec{P}$ عمودية على متجهة الانتقال $\vec{AB}$.
ومنه :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$ت.ع: W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \frac{1}{2} \times 200 \cdot 10^{-3} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 200 \cdot 10^{-3} \times 3^2$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -0,5J$$

بما أن $W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) < 0$ فإن التماس يتم باحتكاك بين الجسم والسطح AB .

2- شدة قوة الاحتكاك :

نفكك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى قوة الاحتكاك .

$\vec{R}_N$: المركبة المنظمية .

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}_N)$$

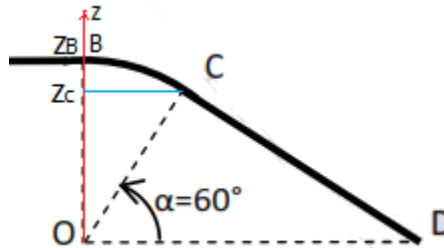
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = \vec{f} \cdot \vec{AB} + \vec{R}_N \cdot \vec{AB}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -f \cdot AB + 0$$

$$f = -\frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{R})}{AB}$$

$$f = -\frac{(-0,5)}{2} = 0,25N \text{ ت.ع.}$$

3- حساب طاقة الوضع الثقالية في كل من المواضع B و C و D :
 باعتبار الحالة المرجعية المستوى الافقي المار من O الذي نتخذه أصلا لمحور الأناسيب



لدينا $C=0$ وتعبير طاقة الوضع هو : $E_{pp} = mgz$

عند الموضع B : لدينا $z_B=r$ ومنه : $E_{pp_B} = mgr$

$$E_{pp_B} = 0,2 \times 10 \times 3 = 6J$$

عند الموضع C : لدينا $z_C=r \sin \alpha$ ومنه : $E_{pp_C} = mgr \cdot \sin \alpha$

$$E_{pp_C} = 0,2 \times 10 \times 3 \times \sin(60^\circ) = 5,2J$$

عند الموضع D : لدينا : $z_D=0$ ومنه : $E_{pp_D} = 0$

4- حساب سرعة الجسم عند النقطة D :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين B و D :

$$Ec_D - Ec_B = W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow D}(\vec{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن : $W_{B \rightarrow D}(\vec{R}) = 0$

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) = mg(z_B - z_D)$$

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{P}) = mg(mgr - 0) = mgr$$

العلاقة السابقة تكتب :

$$Ec_D = Ec_B + mgr$$

$$Ec_D = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgr = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 2^2 + 0,2 \times 10 \times 3$$

$$Ec_D = 6,4J$$

$$Ec_D = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$v_D^2 = \frac{2Ec_D}{m}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2Ec_D}{m}}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \times 6,4}{0,2}}$$

$$v_D = 8m.s^{-1}$$