

الشغل وطاقة الوضع الثقالية – الطاقة الميكانيكية
الأولى بكالوريا علوم تجريبية علوم رياضية وتجريبية
2008 – 2007

I – طاقة الوضع الثقالية

1 – مفهوم طاقة الوضع

طاقة الوضع الثقالية لجسم ما في مجال الثقالة هي الطاقة التي يتوفر عليها الجسم نتيجة موضعه بالنسبة للأرض . وهي ناتجة عن التأثير البيني الحاصل بينه وبين الأرض .
مثال : عند نقل حمولة بواسطة رافعة من موضع A يوجد على سطح الأرض إلى موضع B يوجد على ارتفاع H من سطح الأرض ، خلال هذا الانتقال يكتسب الجسم طاقة تتعلق بموضعه بالنسبة لسطح الأرض تسمى **بطاقة الوضع الثقالية** $\text{énergie potentielle de pesanteur}$.

2 – تغير طاقة الوضع الثقالية

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية خلال انتقال الحمولة من الموضع A أنسوبه z_A إلى موضع B أنسوبه z_B .
نعتبر أن سرعة الحمولة خلال الصعود ثابتة .

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$v_A = v_B$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -(-mg(z_B - z_A))$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = mgz_B - mgz_A \quad (1)$$

يلاحظ أن الفرق $mgz_B - mgz_A$ هو تغير مقدار لا يتعلق إلا بالأنسوب z لمركز القصور G للحمولة . نسمي هذا المقدار بطاقة الوضع الثقالية . ونرمز له بـ E_{pp} وبالتالي تكتب العلاقة :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_{pp}(A) - E_{pp}(B)$$

3 – صيغة طاقة الوضع الثقالية – الحالة المرجعية .

تعرف طاقة الوضع الثقالية لجسم صلب في مجال الثقالة بالعلاقة التالية :

$$E_{pp} = mgz + C \quad (2)$$

m : كتلة الجسم الصلب . نعبّر عنها بـ kg

g : شدة الثقالة نعبّر عنها بـ N/kg

z : أنسوب مركز قصور الجسم الصلب . نعبّر عنها بالمتر m

E_{pp} : طاقة الوضع الثقالية ونعبّر عنها بالجول J

C : ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية حيث تسند لطاقة الوضع الثقالية القيمة $E_{pp} = 0$ وهي حالة

يتم اختيارها اعتباطيا .

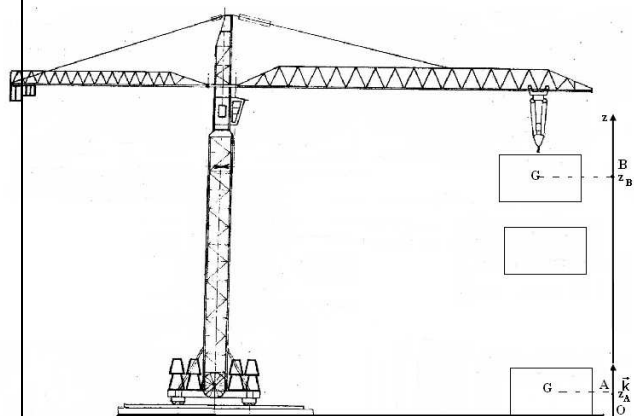
مثال لاختيار الحالة المرجعية :

* نختار كحالة مرجعية $z = z_0$ أي أن $E_{pp} = 0$ في هذه الحالة .

$$E_{pp} = 0 = mgz_0 + C \Rightarrow C = -mgz_0 \quad (2)$$

في العلاقة التالية أن طاقة الوضع الثقالية في هذه الحالة هي :

$$E_{pp} = mg(z - z_0)$$



ويلاحظ من خلال هذه العلاقة أن طاقة الوضع الثقالية يمكن أن تكون موجبة ($z > z_0$) أو سالبة ($z < z_0$) أو منعدمة ($z = z_0$) .

ملحوظة :

- طاقة الوضع الثقالية تبقى ثابتة خلال انتقال أفقي مستقيمي $z_G = Cte$.
- تتناسب طاقة الوضع الثقالية اطرادا مع الارتفاع .
- طاقة الوضع مقدار جبري عكس الطاقة الحركية .

4 – تغير طاقة الوضع الثقالية

تمرين

نعتبر جسما صلبا S كتلته m في سقوط حر من نقطة A أنسوبها z_A . عند لحظة t يمر مركز قصوره من النقطة B ذات أنسوب z_B . حدد تغير طاقة الوضع الثقالية بين الموضعين A و B بالنسبة للحالتين المرجعيتين التاليتين :

أ – نأخذ $E_{pp} = 0$ عند سطح الأرض $z = 0$ أصل المعلم Oz الموجه نحو الأعلى .

ب – نأخذ $E_{pp} = 0$ عند مستوى أنسوبه $z = z_0$

الحالة المرجعية الأولى :

حسب الحالة المرجعية نأخذ $E_{pp} = 0$ عند سطح الأرض $z = 0$ أي أن $C = 0$ وبالتالي فتعبير طاقة الوضع الثقالية في هذه الحالة هو :

$$E_{pp} = mgz$$

وتغير طاقة الوضع الثقالية بين الموضعين A و B هو :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA}$$

$$\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = mg(z_B - z_A)$$

الحالة المرجعية الثانية

حسب الحالة المرجعية : $E_{pp} = 0$ عند مستوى أنسوبه

$$E_{pp} = 0 = mgz_0 + C \Rightarrow C = -mgz_0$$

أي أن $E_{pp} = mg(z - z_0)$ وبالتالي فتغير طاقة الوضع

الثقالية بين الموضعين A و B هو :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppB} - E_{ppA}$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_B - z_0) - mg(z_A - z_0)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_B - z_A)$$

خلاصة : يلاحظ من خلال هذا المثال أن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية التي يتم اختيارها ، فهو يتعلق إلا بالحالة البدئية والحالة النهائية .

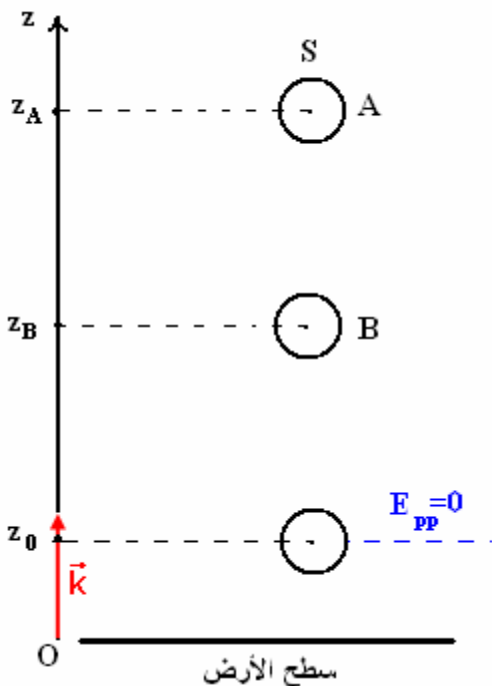
5 – علاقة طاقة الوضع الثقالية بشغل وزن الجسم

نحسب شغل وزن الجسم الصلب عند انتقاله من A إلى B :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

وتوصلنا في الدراسة السابقة أن $\Delta E_{pp} = mg(z_B - z_A)$ وبالتالي أن :

$$\Delta E_{pp} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$



سطح الأرض

في حالة $z_A > z_B$ و $\Delta E_{pp} < 0$ وبالتالي فإن الجسم يفقد طاقة الوضع الثقالية خلال نزوله .
 في حالة $z_A < z_B$ و $\Delta E_{pp} > 0$ وبالتالي فإن الجسم يفقد طاقة الوضع الثقالية خلال صعوده .

II _ الطاقة الميكانيكية

1_ تعريف الطاقة الميكانيكية لجسم صلب

تساوي الطاقة الميكانيكية لجسم صلب عند كل لحظة ، في معلم معين ، مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية لهذا الجسم : $E_m = E_C + E_{pp}$
 وحدتها في النظام العالمي للوحدات : الجول J .
مثال : في حالة السقوط الحر لجسم صلب كتلته m ، وباعتبار أن الحالة المرجعية هي سطح الأرض $(E_{pp} = 0, z = 0)$ طاقته الميكانيكية في لحظة t حيث سرعته v وانسوب مركز قصوره z هي :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$$

بما أن الطاقة الميكانيكية تتعلق بطاقة الوضع الثقالية فهي كذلك لا تعرف إلا بثابتة C تتعلق بالحالة المرجعية التي يتم اختيارها .

2 _ انحفاظ الطاقة الميكانيكية

أ _ الابرار التحريبي لانحفاظ الطاقة الميكانيكية

* حالة السقوط الحر : النشاط التحريبي 1

استغلال برنم أفيمكا لدراسة سقوط حر مسجل بواسطة كاميرا رقمية .

_ نأخذ تاريخ انطلاق الكرة أصلا للتواريخ

_ نرسل جدول القياسات إلى البرنم المجدول والراسم للمنحنيات ريغيسي الذي يمكن من

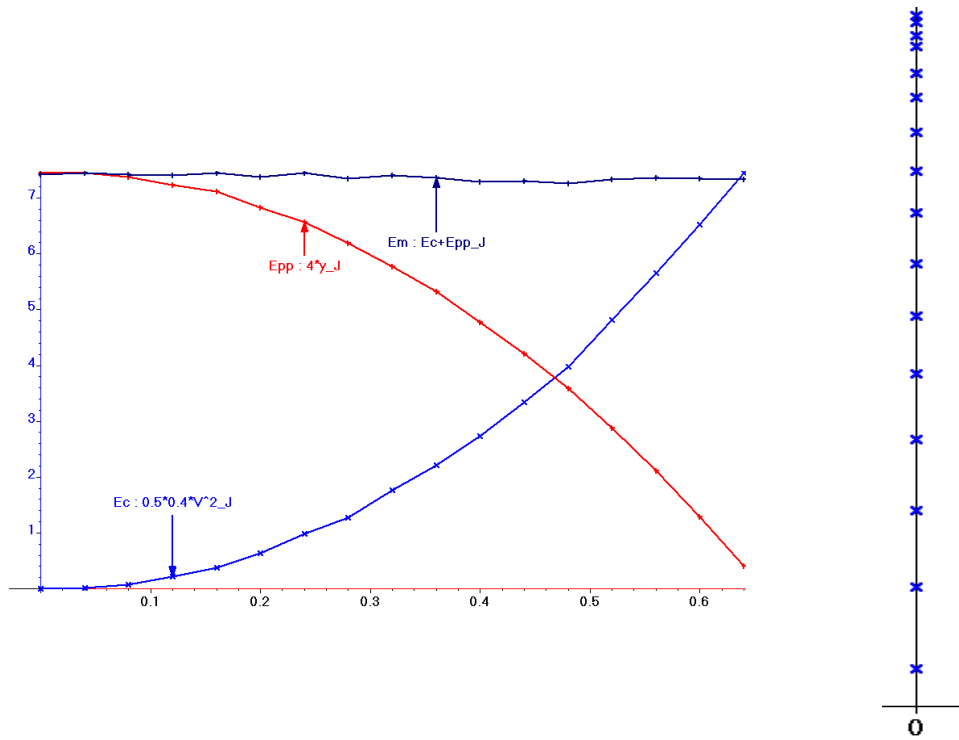
حساب قيم السرعة v للكرة وقيم E_C و E_{pp} والمجموع $E_C + E_{pp}$

_ بواسطة نفس البرنم نقوم بخط المنحنيات

$$E_C = f(t) \text{ و } E_{pp} = g(t)$$

$$E_C + E_{pp} = h(t) \text{ في نفس المعلم .}$$

i	t	x	y	V	Ec	Epp	Em
	s	m	m	m/s	J	J	J
0	0	0	2	-0.02857	0.0001633	8	8
1	0.04	0	2	-0.3143	0.01976	8	8.02
2	0.08	0	1.98	-0.6	0.072	7.92	7.992
3	0.12	0	1.94	-1.025	0.2101	7.76	7.97
4	0.16	0	1.91	-1.375	0.3781	7.64	8.018
5	0.2	0	1.83	-1.775	0.6301	7.32	7.95
6	0.24	0	1.76	-2.225	0.9901	7.04	8.03
7	0.28	0	1.66	-2.525	1.275	6.64	7.915
8	0.32	0	1.55	-2.975	1.77	6.2	7.97
9	0.36	0	1.43	-3.325	2.211	5.72	7.931
10	0.4	0	1.28	-3.695	2.731	5.12	7.851
11	0.44	0	1.13	-4.088	3.342	4.52	7.862
12	0.48	0	0.961	-4.46	3.978	3.844	7.822
13	0.52	0	0.772	-4.905	4.812	3.088	7.9
14	0.56	0	0.567	-5.32	5.66	2.268	7.928
15	0.6	0	0.346	-5.713	6.527	1.384	7.911
16	0.64	0	0.11	-6.106	7.456	0.44	7.896

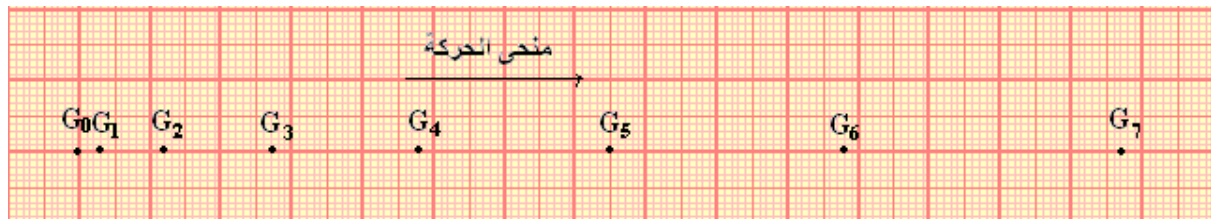
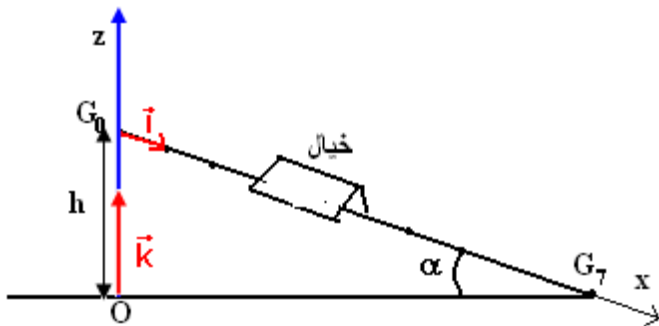


استثمار المنحنيات

- 1 - أوجد القوى المطبقة على الكرة .
- 2 - كيف تتغير الطاقة الحركية E_C للكرة بدلالة الزمن ؟
- 3 - كيف تتغير طاقة الوضع الثقالية E_{pp} للكرة بدلالة الزمن ؟
- 4 - كيف يتغير المجموع $E_C + E_{pp}$ خلال السقوط الحر للكرة ؟ ماذا نستنتج ؟

* حالة انزلاق خيال على نضد هوائي .

نميل نضد هوائي بزاوية $\alpha = 5,52^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي . تم نطلق خيال ذي كتلة $m = 400g$ ، من أعلى نقطة وبدون سرعة بدئية ونسجل مواضع نقطة منه في مدد زمنية متساوية ومنتتالية قيمتها $\tau = 80ms$. تبرز الوتيقة التالية بالسلم الحقيقي مثالاً لجزء من التسجيل المحصل عليه :



نعتبر لحظة تسجيل النقطة G_0 أصلاً للتواريخ ($t=0$) ونأخذ $g = 9,8N/kg$

استثمار :

- 1 - أوجد القوى المطبقة على الخيال خلال حركته وحدد القوى التي تشتغل . علل جوابك .
- 2 - نعتبر الجدول التالي :

الموضع G_i	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7
$t(s) \cdot 10^{-3}$	0	80	160	240	320	400	480	560
$x_i(m) \cdot 10^{-2}$	0	0,3	1,2	2,7	4,8	7,5	10,8	14,7
$M_{i+1}M_{i-1}(m)$								
$V_i(m/s)$								
$Z_i(m)$								
$E_C(J)$								
$E_{pp}(J)$								
$E_C + E_{pp}(J)$								

أ - أحسب قيم سرعة الخيال V_i في المواضع G_i واستنتج قيم الطاقة الحركية للخيال الموافقة

ب - نسمي ℓ المسافة التي يقطعها مركز القصور G للخيال بين الموضعين G_1 و G_6 ونسمي h فرق الارتفاع بين G_1 و G_6 (أنظر الشكل)

أثبت العلاقة التالية : $z_i = h \left(1 - \frac{x_i}{\ell} \right)$ بحيث أن z_i هو أنسوب الموضع G_i في المعلم الرأسى

$(O, \vec{k})$ ، و x_i هو أفصول الموضع G_i في المعلم $(O, \vec{i})$ الموازي للنضد الهوائى .

نأخذ كمرجع لطاقة الوضع الثقالية E_{pp} أصل المحور الرأسى $(O, \vec{k})$ حيث أن النقطة O متطابقة مع G_7 . أحسب قيم E_{pp} بالنسبة لمختلف المواضع G_i بحيث أن $0 < i < 7$.

ج - أحسب قيم المجموع $E_C + E_{pp}$. ماذا تستنتج ؟

خلاصة : في حالة السقوط الحر أو في حالة انزلاق جسم على مستوى مائل بدون احتكاك توصلنا إلى أن $E_C + E_{pp} = \text{cte}$ أي بصفة عامة لتكن m كتلة جسم صلب و v سرعة مركز قصوره و z أنسوبه في معلم $(O, \vec{k})$ موجه نحو الأعلى ، وباعتبار الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$

فإن طاقته الميكانيكية في كل لحظة هي : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz = \text{Cte}$

أي أن

$$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_{C2} + E_{pp2} = E_{C1} + E_{pp1} \Rightarrow E_{C2} - E_{C1} = E_{pp1} - E_{pp2}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_{pp}$$

بالنسبة لجسم صلب يعتبر وزنه هو القوة الوحيدة التي تنجز شغلا غير منعدم ، يساوي تغير الطاقة الحركية لهذا الجسم مقابل طاقة الوضع الثقالية . أي أنه خلال الحركة تتحول الطاقة الحركية للجسم إلى طاقة الوضع والعكس صحيح .

ب - تعميم :

أثناء السقوط الحر لجسم صلب ، أو أثناء انزلاقه بدون احتكاك على مستوى مائل ، تتحول طاقة الوضع الثقالية إلى طاقة حركية (والعكس صحيح) ، وتتحفظ الطاقة الميكانيكية .

في الحالتين يكون وزن الجسم هو القوة الوحيدة التي تنجز شغلا نقول أن $\vec{P}$ قوة محافظة .

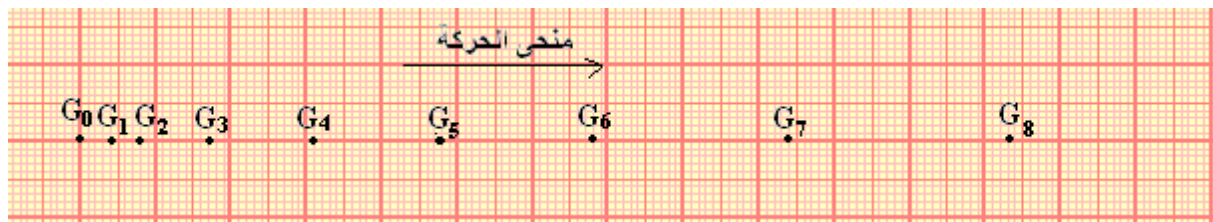
3 - عدم انحفاظ الطاقة الميكانيكية

الإبراز التجريبي لعدم انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

نميل نضد هوائى بزاوية $\alpha = 10^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقى تم نعمل على نقص صبيب هواء معصفة النضد لكي تتم حركة الخيال بالاحتكاك . تم نطلق الخيال ذي الكتلة $m = 400g$ ، من

أعلى نقطة وبدون سرعة بدئية ونسجل مواضع نقطة منه في مدد زمنية متساوية ومتتالية قيمتها $\tau = 60ms$.

تبرز الوتيقة التالية بالسلم الحقيقي مثالا لجزء من التسجيل المحصل عليه :



نعتبر لحظة تسجيل النقطة G_0 أصلا للتواريخ ($t=0$)

استثمار :

- 1 - أجرد القوى المطبقة على الخيال خلال حركته وحدد القوى التي تشتغل . علل جوابك .
- 2 - نعتبر الجدول التالي :

G_8	G_7	G_6	G_5	G_4	G_3	G_2	G_1	G_0	الموضع G_i
480	420	360	300	240	180	120	60	0	$t(s).10^{-3}$
12,8	9,9	6,9	4,8	3,1	1,6	0,8	0,4	0	$x_i(m).10^{-2}$
									$M_{i+1}M_{i-1}(m)$
									$V_i(m/s)$
									$Z_i(m)$
									$E_C(J)$
									$E_{pp}(J)$
									$E_C+E_{pp}(J)$

أ - أحسب قيم سرعة الخيال V_i في المواضع G_i واستنتج قيم الطاقة الحركية للخيال الموافقة .

ب - نسمي ℓ المسافة التي يقطعها مركز القصور G للخيال بين الموضعين G_1 و G_7 ونسمي h فرق الارتفاع بين G_1 و G_7 (أنظر الشكل)

أثبت العلاقة التالية : $z_i = h \left(1 - \frac{x_i}{\ell} \right)$ بحيث أن z_i هو أنسوب الموضع G_i في المعلم الرأسى

$(O, \vec{k})$ ، و x_i هو أفصول الموضع G_i في المعلم $(O, \vec{i})$ الموازي للنضد الهوائي .

نأخذ كمرجع لطاقة الوضع الثقالية E_{pp} أصل المحور الرأسى $(O, \vec{k})$ حيث أن النقطة O متطابقة

مع G_8 . أحسب قيم E_{pp} بالنسبة لمختلف المواضع G_i بحيث أن $0 < i < 8$.

ج - أحسب قيم المجموع $E_C + E_{pp}$. ماذا تستنتج ؟

خلاصة : يلاحظ من خلال الدراسة التجريبية

أن $E_C + E_{pp} \neq cte$ أي أن هناك عدم انحفاظ

الطاقة الميكانيكية .

بصفة عامة ، نعتبر انزلاق جسم صلب S

فوق مستوى مائل بزاوية α بالنسبة

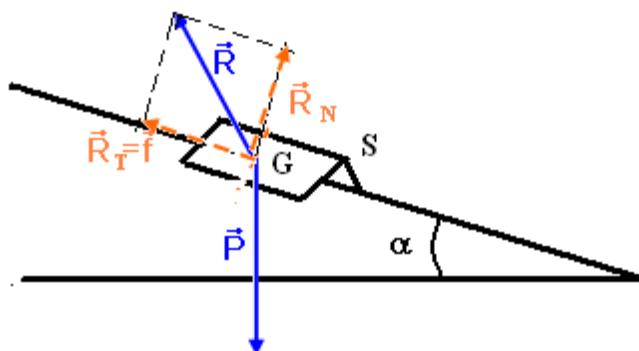
للمستوى الأفقي . وأن الاحتكاكات غير

مهملة ونطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين

لحظتين t_1 حيث يحتل فيها مركز قصور

الجسم الموضع G_1 واللحظة t_2 حيث يحتل

مركز قصور الجسم الموضع G_2 :



$$\Delta E_C = W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) + W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{R})$$

ونعلم أن $W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = -\Delta E_{pp}$ فتصبح العلاقة

$$\Delta E_C = -\Delta E_{pp} + W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{R}) \Rightarrow \Delta E_C + \Delta E_{pp} = W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{R})$$

وبالتالي أن $\Delta E_m = W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{R})$ وبما أن هناك وجود احتكاكات فإن $W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{R}) = W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{f})$ أي أن

$$\Delta E_m = W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{f})$$

– يلاحظ أن الطاقة الميكانيكية لا تنحفظ . وبما أن $\Delta E_m < 0$ فإنها تتناقص ، ويوافق هذا

التناقص شغل قوى الاحتكاك

نقول أن قوى الاحتكاك قوى غير محافظة .

كيف نعلل هذه النتيجة :

اصطلاح : مجموعة ميكانيكية تتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي . كل ما تكتسبه المجموعة (من طاقة أو شغل W من الوسط الخارجي فهو موجب . وكل ما تمنحه للوسط الخارجي فهو سالب .

المجموعة ، الجسم الصلب S ، خلال انزلاقه على

المستوى المائل تتناقص طاقته الميكانيكية أي أنه يمنح طاقة للوسط الخارجي على شكل طاقة حرارية Q والتي

تؤدي إلى ارتفاع درجة الحرارة بين سطحي التماس والهواء المجاور . وباستخدام الاصطلاح المذكور أعلاه نكتب :

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{f}) = -Q \quad \text{وبالتالي فإن} \quad \Delta E_m = -Q$$

يساوي انخفاض الطاقة الميكانيكية للجسم الصلب مقابل الطاقة الحرارية .

