تصحيح تمارين الشغل والطاقة الحركية

تمرين 1:

1- الطاقة الحركية للنوترون :

Ec=$\frac{1}{2}m_n v^2$

ت.ع:

Ec=$\frac{1}{2}\times 1,67.10^{-27}\times(64.10^3)^2$

Ec=$4,42.10^{-18}$J

2- الطاقة الحركية للطائرة :

Ec=$\frac{1}{2}MV^2$

ت.ع:

Ec=$\frac{1}{2}\times 150.10^6\times(\frac{900}{3,6})^2$

Ec=$4,69.10^{12}$J

3- الطاقة الحركية للكرة الأرضية :

$Ec_T=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

مع : $J_\Delta=\frac{2}{5}M_T R_T^2=\frac{2}{5}\text{x}6.10^{24}(6400.10^3)^2=9,83.10^{37}\text{kg.m}^2$

و $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{23\times3600+56\times60+4}=7,29.10^{-5}\text{rad.s}^{-1}$

نحصل على :

$Ec_T=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

ت.ع:

$Ec_T=\frac{1}{2}\times 9,83.10^{37}(7,29.10^{-5})^2$

$Ec_T=2,61.10^{29}$J

4- الطاقة الحركية للأسطوانة :

Ec=$\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

$J_\Delta=\frac{1}{2}mr^2$

مع $\omega=2\pi N$:N=$\frac{1800tr}{60s}$=30Hz

نستنتج :

Ec=$\frac{1}{4}mr^2(2\pi N)^2=m(\pi r N)^2$

ت.ع:

Ec=1x$((\pi\times 0,1\times 30)^2$=88,83J

تمرين 2:

-1 العلاقة التي تربط السرعة الزاوية ω لدوران العجلة بالسرعة الخطية لنقطة من محيطها هي :

$$V=R\omega = \frac{D}{2}\omega$$

نحصل على :

$$\omega = \frac{2V}{D}$$

مع : $V=\frac{80.10^3}{3600} = \frac{80}{3,6}$ و $D=50.10^{-2}m$

ت.ع:

$$\omega = \frac{2\frac{80}{3,6}}{50.10^{-2}} = 89 rad.s^{-1}$$

-2 يعبرعن الطاقة الحركية لجسم صلب في دوران حول محور ثابت بالعلاقة :

$$Ec=\frac{1}{2}J_\Delta \omega^2$$

ت.ع:

$$Ec=\frac{1}{2} \times 0,80 \times 89^2$$

$$Ec=3,2.10^3 J$$

تمرين 3:

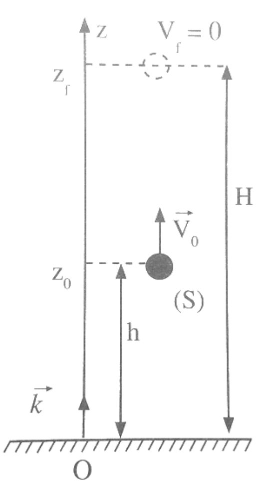
-1 تحديد الإرتفاع الأقصى الذي تصل إليه الكويرة :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكويرة بين لحظة إرسالها ولحظة وصولها الى الإرتفاع الأقصى، حيث تخضع الكويرة الى وزنها فقط ،نكتب :

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mV_f^2 - \frac{1}{2}mV_i^2 = mg(z_i - z_f)$$

مع : $V_f=0$ و $V_i=V_0$ و $z_i=h$ و $z_f = H$ أنظر الشكل



$$-\frac{1}{2}mV_0^2 = mg(h - H)$$

$$-\frac{1}{2}V_0^2 = g(h - H)$$

$$H - h = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g}$$

ت.ع: $H=1,0+\frac{(4,0)^2}{2\times 9,80}$

$H=1,8m$

2- نطبق من جديد مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضع A الذي يطابق الإرتفاع الأقصى والموضع B الذي يطابق سطح الأرض .

$Ec_B-Ec_B=W(\vec{P})$

بما أن الطاقة الحركية للكويرة عند وصولها للإرتفاع الأقصى منعدمة ($V_A=0$) نكتب :

$$\frac{1}{2}mV_2^2 = mgH$$

$$\frac{1}{2}V_2^2 = gH$$

$$V_2=\sqrt{2gH}$$

ت.ع:

$$V_2=\sqrt{2\times 9,80\times 1,8}$$

$$V_2=5,9m.s^{-1}$$

تمرين 4 :

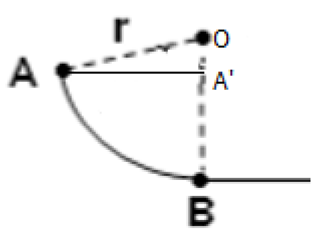
1- حساب v_B سرعة الجسم عند النقطة B :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم بين A و B حيث يخضع الجسم الى قوتين : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير السكة .

بما أن الأحتكاكات مهملة فإن شغل القوة $\vec{R}$ منعدم لأن اتجاه $\vec{R}$ عمودي المسار . المبرهنة تكتب :

$$Ec(B)-Ec(A)=W(\vec{P})+W(\vec{R}) \quad (1)$$

لدينا : $Ec(B)=\frac{1}{2}mV_B^2$ و $V_A=0$ لأن $Ec(A)=0$



و $W(\vec{P}) = mgh$

حيث $h=OB-OA'$ مع : $OB=OA=r$ و $\cos\alpha=\frac{OA'}{OB}=\frac{OA'}{r}$

نحصل على : $OA'=r.\cos\alpha$ و $h=r-r.\cos\alpha=r(1-\cos\alpha)$

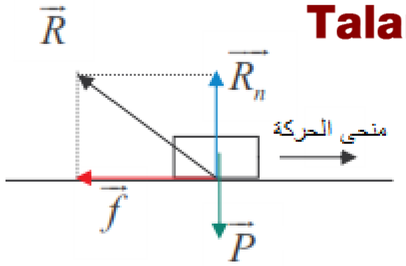
$$W(\vec{P}) = mgr(1-cos\alpha)$$

العلاقة (1) تكتب :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgr(1-cos\alpha)+0$$

$$V_B^2 = 2gr\,(1-cos\alpha)$$

$$V_B = \sqrt{2gr(1-cos\alpha)}$$



ت.ع: $V_B = \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,6(1 - cos60°)}$

$V_B=2,4m.s^{-1}$

2- حساب شدة قوة الإحتكاك f

تخضع الجسم أثناء حركته الى :

- $\vec{P}$: وزنها.
- $\vec{R}$: تأثير سطح الأرض .

يمكن تفكيك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{R}_N$: المركبة المنظمية .

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى بقوة الإحتكاك .

حيث : $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين B و C .

نكتب :

$$\Delta E_c = \sum(\vec{F})$$

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$Ec_i - Ec_f = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

مع : $W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$ لأن اتجاه القوتان عموديان على السطح BC .

$Ec_i = \frac{1}{2}mv^2$ و $Ec_f=0$ الجسم يتوقف عند النقطة C .

$$W(\vec{f}) = -fd$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2 = -fd$$

$$f = \frac{mv^2}{2d}$$

ت.ع:

$$f=\frac{0,2\times 2,4^2}{2\times 0,8}$$

$f=0,72N$

تمرين 5 :

1- الطاقة الحركية للسيارة قبل تشغيل الفرامل :

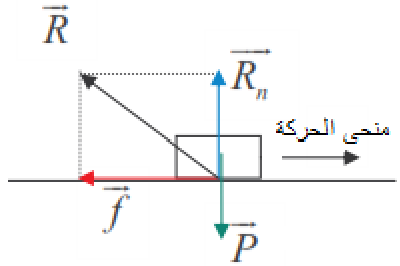
$$Ec=\frac{1}{2}mv^2$$

ت.ع:

$$Ec=\frac{1}{2}\times 900 \times (\frac{100.10^3}{3600})^2$$

$Ec=347,2J$

2- جرد القوى المطبقة على السيارة وحساب شدة قوة الإحتكاك :



تخضع السيارة أثناء حركتها الى :

- $\vec{P}$: وزنها.
- $\vec{R}$: تأثير سطح الأرض .

يمكن تفكيك القوة $\vec{R}$ الى مركبتين :

$\vec{R}_N$: المركبة المنظمية .

$\vec{f}$: المركبة المماسية وتسمى بقوة الإحتكاك .

حيث : $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة تشغيل الفرامل ولحظة توقف السيارة ، نكتب :

$$\Delta E_c = \sum(\vec{F})$$

$$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$Ec_i - Ec_f = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N) + W(\vec{f})$$

مع : $W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0$ لأن اتجاه القوتان عموديان على السطح

$Ec_i = \frac{1}{2}mv^2$ و $Ec_f=0$ السيارة تتوقف

$$W(\vec{f}) = -fd$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2 = -fd$$

$$f = \frac{mv^2}{2d}$$

ت.ع:

$f = \frac{900\times(\frac{100}{3,6})^2}{2\times86}$ نجد : f=4037,5N

3- حساب القدرة المتوسطة :

$$P_m = \frac{|W(\vec{f})|}{\Delta t} \Rightarrow P_m = \frac{fd}{\Delta t}$$

ت.ع:

$$P_m = \frac{4037,5\times86}{5,6} = 62004,5W$$

$$P_m = 62kW$$

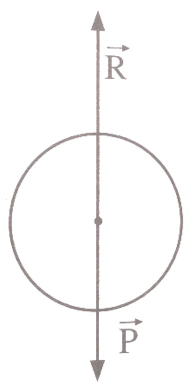
تمرين 6 :

1- حساب عزم مزدوجة الإحتكاك M_f :
بعد توقيف المحرك يبقى القرص خاضعا لتأثير وزنه $\vec{P}$ و تأثير المحور (Δ) $\vec{R}$
بالإضافة لقوى الإحتكاك عزمها M_f .
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على القرص بين لحظة توقيف المحرك ولحظة توقف القرص عن الدوران ، نكتب :

$Ec_f - Ec_i = W(\vec{R}) + W(\vec{P}) + W_f$ (1)

حيث :
$Ec_f=0$ لأن القرص يتوقف
$Ec_i=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$
$W(\vec{R})=W(\vec{P})=0$ لأن خطا تأثيرها يمران من محور الدوران (Δ) .
$W_f=M_f\Delta\theta$ و $\Delta\theta = 2\pi n$
n عدد الدورات و $\Delta\theta$ زاوية الدوان التي دار بها القرص خلال الحركة .
العلاقة (1) تصبح :

$-\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 = M_f\Delta\theta$



$$M_f = -\frac{J_\Delta\omega^2}{2\Delta\theta} \Rightarrow M_f = -\frac{J_\Delta\omega^2}{4\pi n}$$

ت.ع:

$$M_f = -\frac{3.10^{-2}(45\times2\pi)^2}{4\pi\times120}$$

$$M_f = -1,6N.m$$

2- شغل المحرك W_m :
ينضاف الى القوى السابقة تأثير مزدوجة المحرك ، مبرهنة الطاقة الحركية تكتب :

$Ec_f - Ec_i = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_f + W_m$ (2)

بما أن حركة دوران القرص منتظمة ، فإن السرعة الزاوية ثابتة ومنه :
$Ec_f=Ec_i=0$
$W(\vec{R}) = W(\vec{P}) = 0$
العلاقة (2) تصبح :

$$0=W_f + W_m \Rightarrow W_m = -W_f \Rightarrow W_m = -M_f\Delta\theta$$

لدينا : $\Delta\theta = \omega\Delta t$
نستنتج :

$$W_m = -M_f\omega\Delta t$$

ت.ع:

$$W_m = -(1,6)\times45\times 2\pi \times 60$$
$$W_m = 27,1J$$

استنتاج قدرة المحرك :

$$P_m = \frac{W_m}{\Delta t} \Rightarrow P_m = \frac{-M_f \Delta\theta}{\Delta t}$$
$$P_m = \frac{-M_f \omega \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow P_m = -M_f \omega$$

ت.ع:

$$P_m = -(-1{,}6) \times 45 \times 2\pi$$
$$P_m = 452\text{W}$$

تمرين 7:

1- حساب Δt :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الأسطوانة بين لحظة انطلاقها في الدوران ولحظة وصولها الى التردد f=20Hz .

تخضع الأسطوانة للقوى التالية :

- $\vec{P}$: وزنها
- $\vec{R}$: تـأثيرمحور الدوران .
- C المزدوجة المحركة عزمها : M .

المبرهنة تكتب :

$$Ec - Ec_0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + M$$

حيث : $Ec_0 = 0$ و $Ec = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$

$W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$ لأن خطي تأثير القوتين تمران من محور الدوران .

$M = P\Delta t$

نحصل على :

$$\frac{1}{2} J_\Delta \omega^2 = P\Delta t$$

لدينا : $\omega = 2\pi f$ و $J_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$

نستنتج أن : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m r^2 . 4\pi^2 f^2 = P\Delta t$

$$m r^2 \pi^2 f^2 = P\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{m r^2 \pi^2 f^2}{P}$$

ت.ع:

$$\Delta t = \frac{1{,}0 \times (5{,}0.10^{-2})^2 \times \pi^2 \times (20)^2}{1{,}5}$$

$$\Delta t = 6{,}58 s$$

2- عزم مزدوجة الإحتكاك M :
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الأسطوانة بين لحظة إيقاف المحرك ولحظة توقف الأسطوانة.
تخظع الأسطوانة خلال هذه المدة الى تأثير $\vec{R}$ و $\vec{P}$ بالإضافة الى مزدوجة الإحتكاك التي عزمها M .
نكتب :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_f^2-\frac{1}{2}J_\Delta\omega_i^2=W(\vec{P})+W(\vec{R})+W$$

حيث : $\omega_f=0$ تتوقف الأسطوانة
و $\omega_i=2\pi f$
$W(\vec{R})=W(\vec{P})=0$ لأن نقطة تأثير القوتين ثابتتين .
$W=M.\Delta\theta$ مع $\Delta\theta=2\pi n$ وى يمثل عدد الدورات المنجزة .
نحصل على :

$$-\frac{1}{2}J_\Delta(2\pi f)^2=M2\pi n$$

$$-J_\Delta\pi f^2=Mn$$

$$J_\Delta=\frac{1}{2}mr^2 \text{ مع } M=-\frac{J_\Delta\pi f^2}{n}$$

$$M=-\frac{m\pi r^2f^2}{2n}$$

ت.ع:

$$M=-\frac{1{,}0\times\pi\times(5{,}0.10^{-2})\times(20)^2}{2\times980}$$

$$M=-1{,}6.10^{-3}\text{N.m}$$

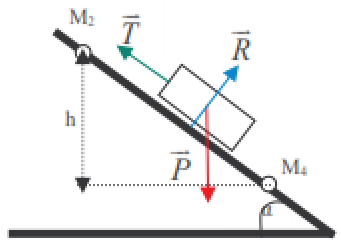
تمرين 8:

1- 1.1- حساب السعة اللحظية في كل من الموضعين M_2 و M_4 :

$$v_2=\frac{M_1M_3}{2\tau}==\frac{2.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}}\Rightarrow v_2=0{,}25m.s^{-1}$$

$$v_4=\frac{M_3M_5}{2\tau}=\frac{3{,}6.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}}\Rightarrow v_4=0{,}45m.s^{-1}$$

1.2- نبين تعبير توتر الخيط :
فوق النضد يوجد الخيال تحت تأثير ثلاث قوى :
- $\vec{P}$: وزنه
- $\vec{R}$: تاثير النضد المائل . بما أن الإحتكاكات مهملة فإن إتجاه $\vec{R}$ عمودي على سطح التماس .
- $\vec{T}$: توتر الخيط .



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين M_2 و M_4 :

$$Ec_4 - Ec_2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{T}) \quad (1)$$

$W(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه القوة عمودي على السطح.

$$W(\vec{T}) = \vec{T}.\overrightarrow{M_2M_4} = TM_2M_4\cos\pi = -T.M_2M_4$$

$W(\vec{P}) = mgh$ مع $\sin\alpha = \frac{h}{M_2M_4}$ أي : $h = M_2M_4\sin\alpha$

نحصل على :

$$W(\vec{P}) = mgM_2M_4\sin\alpha$$

العلاقة (1) تكتب :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_4^2 = mgM_2M_4\sin\alpha - TM_2M_4$$

$$TM_2M_4 = mgM_2M_4 sin\alpha - (\frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_2^2)$$

$$\mathrm{T} = \mathrm{mg}\sin\alpha - \frac{m}{2M_2M_4}(v_2^2 - v_4^2)$$

$$T = m(g\sin\alpha - \frac{v_4^2 - v_2^2}{2M_2M_4})$$

$$T = 400.10^{-3}(9{,}81 \times mgM_2M_4\sin 20° - \frac{0{,}45^2 - 0{,}25^2}{2\times 2{,}8.10^{-2}}$$

$$T = 2{,}6N$$

3.1-تحديد عزم قصور البكرة :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة أثناء دورانها بين لحظتين تسجيل الموضعين M_2 و M_4 .

تخضع البكرة الى ثلاث قوى أثناء الدوران :

- $\vec{P'}$: وزنها
- $\vec{T'}$: تأثي محور الدوران
- $\vec{T'}$: تأثير الخيط

لدينا : $W(\vec{P'}) = W(\vec{R'}) = 0$ لأن خطي تأثيرهما يقاطه محور الدوران

كما أن : $\vec{T} = -\vec{T'}$ أي : $W(\vec{T}) = -W(\vec{T'})$

مبرهنة الطاقة الحركية تكتب :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_4^2-\frac{1}{2}J_\Delta\omega_2^2=W\left(\overrightarrow{P'}\right)+W\left(\overrightarrow{R'}\right)+W(\overrightarrow{T'})$$

لدينا : $\omega_4=\frac{v_4}{r}$ و $\omega_2=\frac{v_2}{r}$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\left\{(\frac{v_4}{r})^2-(\frac{v_2}{r})^2\right\}=T.M_2M_4$$

$$J_\Delta(\frac{V_2^2-v_4^2}{r})=2T.M_2M_4$$

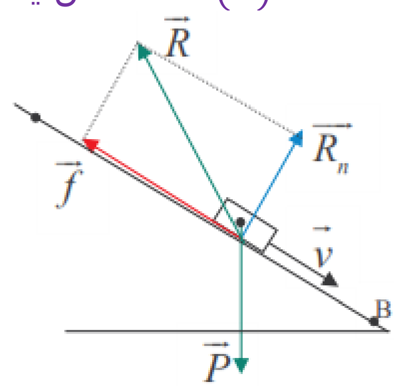
$$J_\Delta=\frac{2T.M_2M_4}{v_2^2-v_4^2}$$

ت.ع:

$$J_\Delta=\frac{2\times20.10^{-2}\times1,9\times2,8.10^{-2}}{0,45^2-0,25^2}$$

$$J_\Delta=0,15N.m^2$$

2.1- لتحديد طبيعة التماس بين الجسم (S) والنضد نحسب $W(\vec{R})$:
إذا كان $W(\vec{R})=0$ التماس يتم بدون احتكاك .
إذا كان $W(\vec{R})<0$ التماس يتم باحتكاك .



نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الخيال (S) بين النقطتين A و B :

$$Ec_B-Ec_A=W(\vec{P})+W(\vec{R}) \quad (2)$$

لدينا :

$$W(\vec{P})=mgh$$

مع : $h=AB\sin\alpha$

$$W(\vec{P})=mgAB\sin\alpha$$

العلاقة (2) تكتب :

$$W(\vec{R})=Ec_A-Ec_B-W(\vec{P})$$

$$W(\vec{R})=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2-mgAB\sin\alpha$$

$$W(\vec{R}) = m\left[\left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2}\right) - g.AB\sin\alpha\right]$$

ت.ع: $W(\vec{R})$=$400.10^{-3}\left[\frac{1{,}5^2-1^2}{2}\right] - 9{,}81 \times 40.10^{-2} \times \sin 20°$

$W(\vec{R})$= $-1{,}2J$

2.2- استنتاج f قوة الإحتكاك :

$$W(\vec{R}) = W(\vec{R}_n) + W(\vec{f})$$

$W(\vec{R}_n) = 0$ لأن $\vec{R}_n$ عمودية على سطح التماس

$$W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = f.AB\cos\pi = -fAB$$

$$W(\vec{R}) = -f.AB$$

$$f = -\frac{W(\vec{R})}{AB}$$

ت.ع:
$$f = -\frac{(-1{,}2.10^{-1})}{40.10^{-2}}$$

$$f = 0{,}3N$$

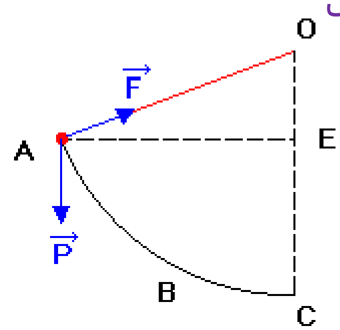
تمرين 9:

1- جرد القوى وتمثيل متجهتها :

تخضع الكرة الى قوتين :

- $\vec{P}$: وزن الكرة
- $\vec{F}$: توتر الخيط

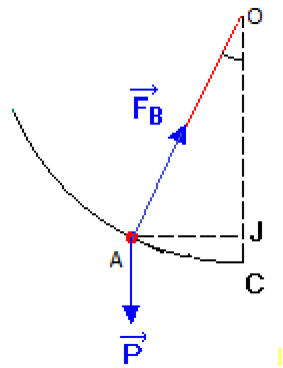
تمثيل متجهات القوتين أنظر الشكل



2- حساب سرعة الكرة أثناء مرورها من موضع توازنها .

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين الموضعين A و C نكتب :

(1) Ec(C)-Ec(A)=W($\vec{P}$)+W($\vec{F}$)



مع : $W(\vec{F})=0$ لأن أتجاه $\vec{F}$ عمودي على المسار .

$Ec(A)=\frac{1}{2}m{v_A}^2=0$ لأن سرعة الكرة تنعدم عند A .

$Ec(C)=\frac{1}{2}m{v_C}^2$

$W(\vec{P})=mgh$

$h=JC=OC-OJ$ مع : $OC=OB=L$ و $\cos\theta=\frac{OJ}{OB}$ ومنه : $h=L\cos\theta$

$W(\vec{P})=mg(L-L\cos\theta)$

$W(\vec{P})=mgL(1-\cos\theta)$

العلاقة (1) تكتب :

$$0+\frac{1}{2}m{v_C}^2=mgL(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}{v_C}^2=gL(1-\cos\theta)$$

$$v_C=\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$$

ت.ع:

$$v_C=\sqrt{2\times 9,8\times 1\times(1-\cos 70°)}$$

$$v_C=3,59m.s^{-1}$$

3- الزاوية القصوية θ_m لانحراف الخيط :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الكرة بين موضع التوازن وموضع الإنحراف القصوي للخيط .

$$Ec_f-Ec_i=W(\vec{P})+W(\vec{F})$$

$Ec_f=0$

$Eci=0,98J$

$W(\vec{P})=-mgh$ مع $h=L(1-\cos\alpha_m)$

$W(\vec{P})=-mgL(1-\cos\theta_m)$ شغل الوزن سالب لأن الجسم يصعد

$W(\vec{F})=0$ لأن اتجاه $\vec{F}$ عمودي على المسار .

المبرهنة تكتب :

$$0-Ec_i=-mgL(1-\cos\theta_m)+0$$

$$1-\cos\theta_m=\frac{-Ec_i}{-mgL}$$

$$-\cos\theta_m=-1+\frac{Ec_i}{mgL}$$

ت.ع: $\cos\theta_m = 1 - \frac{0,98}{200.10^{-3} \times 9,8 \times 1} = 0,5$

$\theta_m = \cos^{-1}(0,5) = 60$