

التمرين 1

1- السرعة الزاوية بالوحدة rad.s^{-1}

$$\omega = \pi \approx 3,14 \text{ rad.s}^{-1} \leftarrow \omega = 30 \times \frac{2\pi}{60}$$

2- التردد والدور

التردد: $N = \frac{\omega}{2\pi}$ ت.ع. $N = 0,5 \text{ Hz}$

الدور: $T = \frac{1}{N}$ ت.ع. $T = 2 \text{ s}$

3- سرعة نقطة من محيط القرص

مع $v = R\omega$ ت.ع. $R = \frac{d}{2}$ $v = 0,28 \text{ m.s}^{-1}$

4- المسافة التي تقطعها هذه النقطة بعد عشر دورات

مع $\Delta s = R \cdot \Delta \theta$ ت.ع. $\Delta \theta = 2\pi n$ $\Delta s = 5,65 \text{ m}$

طريقة أخرى: مع $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\Delta t = 10T$ (10 دورات) $\Delta s = 10vT \leftarrow$

التمرين 2

1- طبيعة حركة الجسم:

المعادلة الزمنية $s(t)$ دالة تآلفية، نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

2- السرعة الخطية للنقطة M:

تعبيرها هو: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ وقيمتها حسب المعادلة $s(t)$ هي: $v = 0,70 \text{ m.s}^{-1}$

3- المسافة التي قطعها M عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$:

نعوض t بقيمتها في المعادلة الزمنية $s(t)$: $s = 0,70 \times 10 + 0,03$ $s = 7,03 \text{ m} \leftarrow$

4- المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

باعتبار العلاقة بين الأضوالين الزاوي والمنحني: $s = R\theta$ أي $\theta = \frac{s}{R}$

مع $R = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$ ، فإن معادلة الأضوال الزاوي هي: $\theta = 4,7t + 0,2 \text{ (rad)}$

التمرين 3

1- قيم سرعة M في المواضع M_2 و M_4 و M_6 :

تعبير السرعة اللحظية في موضع M_i هي حسب علاقة التآطير: $v_i \approx \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$

الموضع	M_6	M_4	M_2
السرعة	0,4	0,4	0,4
$v_i (\text{m.s}^{-1})$			

ت.ع.

تمثيل متجهات السرعة في نفس المواضع:

نختار سلما مناسباً، مثلاً:

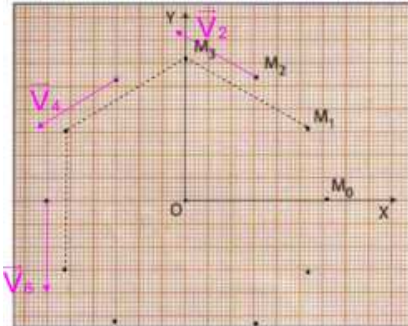
1 cm تمثل $0,2 \text{ m.s}^{-1}$

ثم نمثل متجهة السرعة في كل من المواضع الثلاث باعتبار المميزات التالية:

- الاتجاه: المماس في الموضع المدروس

(عملياً نعتبره موازياً للوتر المار من الموضعين المؤطرين)،

- المنحى: منحى الحركة.



2- طبيعة حركة M:

مسار M دائري وقيمة سرعتها ثابتة، إذن حركتها دائرية ومنتظمة.

3- سرعتها الزاوية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية والزاوية $v = R\omega$ فإن: $\omega = \frac{v}{R}$

ت.ع. على التسجيل نقيس الشعاع فنجد: $R = 3,1 \text{ cm}$

نستنتج: $\omega = \frac{0,4}{3,1 \times 10^{-2}}$ أي: $\omega = 12,9 \text{ rad.s}^{-1}$

4- المعادلتان الزميتان $s(t)$ و $\theta(t)$:

باعتبار الدوران منتظماً فإن: $\begin{cases} s(t) = vt + s_0 \\ \theta(t) = \omega t + \theta_0 \end{cases}$

ت.ع. باعتبار الشروط البدئية المشار إليها في السؤال لدينا:

$\theta_0 = \frac{s_0}{R} = \frac{0,016}{0,031} \approx 0,5 \text{ rad}$ و $s_0 = \widehat{M_0M_1} \approx 1,6 \text{ cm} = 0,016 \text{ m}$

التمرين 4

1- أ- طبيعة الحركة:

حسب المبيان، $\theta(t)$ دالة زمنية تآلفية نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.
ب- السرعة الزاوية:

المعادلة الزمنية للحركة هي على الشكل التالي: $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ وهي أيضا معادلة المستقيم. نستنتج أن قيمة السرعة الزاوية ω تساوي مبيانيا ميل المستقيم:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

$$\omega = \frac{(2,5 - 1)(rad)}{(160 - 40) \times 10^{-3}(s)}$$

$$\omega = 12,5 \text{ rad.s}^{-1} \leftarrow$$

ب- المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

مبيانيا قيمة الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ تساوي الأرتوب عند الأصل: $\theta_0 = 0,5 \text{ rad}$
وبالتالي التعبير العددي للمعادلة الزمنية للحركة هو:
 $\theta(t) = 12,5t + 0,5$
2- أ- السرعة الخطية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية والزاوية، السرعة الخطية هي: $v = R \omega$
ت.ع. المسافة بين M ومحور الدوران تحدد شعاع المسار الدائري للنقطة M:

$$R = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$v = 1,25 \text{ m.s}^{-1} \leftarrow v = 0,10 \times 12,5$$

ب- المعادلة الزمنية $s(t)$:

باعتبار الدوران منتظما فإن: $s(t) = vt + s_0$ مع $s_0 = R \cdot \theta_0$

$$s_0 = 0,10 \times 0,5 = 0,05 \text{ m} \quad \text{ت.ع.}$$

$$s(t) = 1,25t + 0,05 \leftarrow$$

التمرين 5

1- وصف الحركة:

يبرز المبيان أن حركة الدوران تتم على مرحلتين:

- المرحلة الأولى: بين اللحظتين $t=0$ و $t=30 \text{ s}$ تبقى السرعة الزاوية ثابتة مع الزمن، ما يعني أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة.

- المرحلة الثانية: بين اللحظتين $t=30 \text{ s}$ و $t=50 \text{ s}$ تتناقص السرعة الزاوية خطيا مع الزمن إلى أن تنعدم ويتوقف الجسم عن الدوران، في هذه الحالة نقول أن الدوران متباطئ بانتظام.

2- السرعة الزاوية في المرحلة الأولى:

على المخطط $\theta = f(t)$ نقرأ القيمة: $\omega = 50\pi \text{ rad.s}^{-1}$ أي: $\omega \approx 157,1 \text{ rad.s}^{-1}$

3- عدد الدورات خلال المرحلة الأولى:

بما أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة، فإن السرعة الزاوية في كل لحظة تساوي السرعة الزاوية المتوسطة:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad \text{نستنتج زاوية الدوران خلال المدة } \Delta t \text{ لهذه المرحلة: } \Delta \theta = \omega \cdot \Delta t$$

$$\Delta \theta = 2\pi n \quad \text{ثم باعتبار العلاقة بين عدد الدورات } n \text{ وزاوية الدوران:}$$

$$n = \frac{\omega \cdot \Delta t}{2\pi} \quad \text{ت.ع.} \quad n = \frac{50\pi \times 30}{2\pi} \quad \leftarrow n = 750 \text{ tr}$$

ينجز الجسم 750 دورة في المرحلة الأولى.

التمرين 6

1- السرعة الزاوية لعقارب الساعة:

تدور عقارب الساعة بانتظام، سرعتها الزاوية ثابتة وتحقق العلاقة: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$

وباعتبار دورة واحدة: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ حيث T مدة دورة واحدة (أي الدور).

ت.ع.

عقرب الدقائق	عقرب الساعات
ينجز عقرب الدقائق دورة واحدة خلال ساعة واحدة:	ينجز عقرب الساعات دورة واحدة خلال 12 ساعة:
$T_1 = 3600 \text{ s} \leftarrow$	$T_2 = 12 \times 3600 \text{ s} \leftarrow$
$\omega_1 = \frac{2\pi}{3600} \leftarrow$	$\omega_2 = \frac{2\pi}{12 \times 3600} \leftarrow$
$\omega_1 \approx 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$	$\omega_2 \approx 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$

2- لحظة التراكب الأول لعقارب الساعة بعد الساعة 12 h :

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1 t + \theta_{01} \\ \theta_2 = \omega_2 t + \theta_{02} \end{cases} \quad \text{المعادلتان الزميتان لحركتي عقربي الساعة هما:}$$

باختيار موضع العقربين عند $t=0$ (الساعة 12 h) أصلا للأفاصيل الزاوية، فإن: $\theta_{01} = \theta_{02} = 0$

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1 t \\ \theta_2 = \omega_2 t \end{cases} \quad \text{وبالتالي:}$$

عند تلاقي (تراكب) العقربين تتحقق المعادلة التالية: $\theta_1 = \theta_2 + 2k\pi$

مع عدد صحيح طبيعي (موجب) لأن $\theta_1 > \theta_2$ باعتبار عقرب الدقائق أسرع من عقرب الساعات ($\omega_1 > \omega_2$).

$$\omega_1 t = \omega_2 t + 2\pi \quad (k=1) \quad \text{عند التلاقي الأول:}$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \quad \text{نستنتج تاريخ لحظة التراكب الأول:}$$

$$t = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3600} - \frac{2\pi}{12 \times 3600}} = \frac{3600}{1 - \frac{1}{12}} = \frac{3600 \times 12}{11} \quad \text{ت.ع.}$$

$$t \approx 3927,3 \text{ s} = 1\text{h}05\text{min}27\text{s} \leftarrow$$



تراكب العقربين عند $t=0$



التراكب الأول

التمرين 7

1- دراسة النظام 1 :

أ- مقارنة منحيي دوران البكرتين:

البكرتان تدوران في نفس المنحى.

ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

باعتبار السير لا ينزلق على مجرى البكرتين، فإن للنقط

A و B و M نفس السرعة الخطية: $v_A = v_M = v_B$

A نقطة من مجرى البكرة 1 إذن: $v_A = R_1 \cdot \omega_1$

و B نقطة من مجرى البكرة 2 إذن: $v_B = R_2 \cdot \omega_2$

نستنتج المتساوية: $R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{ومنها العلاقة:}$$

تد تردد دوران البكرة 2:

ليكن N_1 و N_2 ترددي البكرتين 1 و 2. باعتبار العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{نستنتج من العلاقة السابقة العلاقة التالية:} \quad \omega = 2\pi N$$

$$N_2 = 0,5 \text{ Hz} \leftarrow N_2 = 1(\text{Hz}) \times \frac{1}{2} \quad \text{ت.ع.} \quad N_2 = N_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

نلاحظ أن البكرة الأصغر هي الأسرع.

2- دراسة النظام 2:

أ- مقارنة منحيي دوران الدولابين:

الدولابان يدوران في منحيين متعاكسين.

ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

نعتبر نقطة M من مساحة التماس بين الدولابين.

سرعتها الخطية تحقق العلاقتين التاليتين:

$$v_M = R_2 \cdot \omega_2 \quad \text{و} \quad v_M = R_1 \cdot \omega_1$$

M تنتمي في نفس الآن لمحيط كل

من الدولابين.

$$(1) \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{نستنتج علاقة مماثلة للنظام 1:}$$

من جهة أخرى، تحقق p، المسافة بين سنين متتاليتين أو خطوة الأسنان، العلاقة التالية:

$$p = \frac{2\pi R}{n}$$

و باعتبار أن للدولابين نفس خطوة الأسنان (شرط التشابك) نستنتج المتساوية التالية:

$$\frac{2\pi R_1}{n_1} = \frac{2\pi R_2}{n_2}$$

$$(2) \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{أي:}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

من العلاقتين (1) و (2) نتوصل إلى العلاقة المطلوبة:

