

تصحيح تمارين حركة الدوران حول محور ثابت

تمرين 1:

1- السرعة الزاوية يعبر عنها بالعلاقة :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

مع $\Delta\theta = 2\pi n$ حيث $\Delta\theta$ تمثل زاوية الدوران ب rad و n عدد الدورات التي دار بها المحرك خلال المدة Δt .

ت.ع: $\Delta\theta = 2\pi \times 5000$ و $\Delta t = 1 \text{ mn} = 60 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t} = \frac{10\,000\pi}{60} = 523,6 \text{ rad.s}^{-1}$$

2- خلال الدوران المنتظم يكون الدور T هو المدة الزمنية التي تنجز فيها نقطة من المحرك دورة كاملة .

نكتب : $\Delta\theta = 2\pi$ و $\Delta t = T$ والسرعة الزاوية تكتب : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ أي : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

ت.ع: $T = \frac{2\pi}{523,6} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

3- عدد الدورات المنجزة خلال المدة 2mn :

• الطريقة الأولى:

بما ان المحرك ينجز 5000 دورة في الدقيقة فخلال دقيقتين ينجز 10 000 دورة .

• الطريقة الثانية :

يمكن استعمال العلاقة :

$$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t} \quad \text{نستنتج } n = \frac{\omega \Delta t}{2\pi}$$

$$\frac{523,6 \times 2 \times 60}{2\pi} = 10^4 \text{ tr}$$

تمرين 2:

1- السرعة الزاوية للأرض :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4}$$

$$= 7,30 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

2- باعتبار الأرض كروية الشكل فكل نقطة M تسلك مسارا دائريا شعاعه R_M أثناء دوران الأرض حيث :

$$R_M = R \cos \lambda$$

يصبح تعبير السرعة الخطية :

$$V = R_M \cdot \omega = R \cdot \cos \lambda \cdot \omega$$

3- حساب السرعات الخطية :

• في خط الاستواء :

$$V_1 = R \cos 0 \cdot \omega = R \omega$$

$$= 6380 \cdot 10^3 \times 7,3 \cdot 10^{-5} = 465,7 \text{ m.s}^{-1}$$

• في الرباط :

$$V_2 = R \cos(34^\circ) \cdot \omega = 6380 \cdot 10^3 \times \cos(34^\circ) \times 7,3 \cdot 10^{-5} = 368 \text{ m.s}^{-1}$$

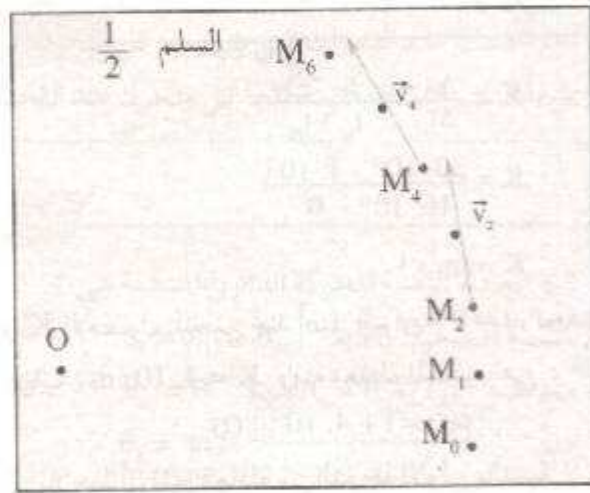
• في باريس :

$$\times 7,3.10^{-5} = 311,6 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_3 = 6380.10^3 \times \cos(48^\circ)$$

تمرين 3:

1- بما أن الحامل الذاتي يدور حول محور ثابت والمسافات المقطوعة على التوالي من طرف النقطة M خلال نفس المدة الزمنية τ متقايسة فإن حركة الحامل دورانية منتظمة .
ملحوظة : بنفس التعليل نستنتج أن حركة M دائرية منتظمة .



2- حساب السرعة اللحظية عند الموضع M_i تعطى بالعلاقة :

$$V_i = \frac{\widehat{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau}$$

• في الموضع M_2 :

$$= \frac{1,9.10^{-2} \times 2}{2 \times 40.10^{-3}} = 0,48 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_2 = \frac{\widehat{M_1M_3}}{2\tau}$$

• في الموضع M_4 :

$$\frac{\widehat{M_3M_5}}{2\tau} = \frac{1,9.10^{-2} \times 2}{2 \times 40.10^{-3}} = 0,48 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_4 =$$

باستعمال السلم 1cm يمثل $0,25 \text{ m.s}^{-1}$ فإن كل من المتجهتين $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_4$ نمثلهما بسهم طوله 1,9cm .
انظر التمثيل في الشكل جانبه.

3- يمكن تحديد السرعة الزاوية باستعمال :
• الطريقة الأولى :

نستعمل العلاقة التالية : $\omega = \frac{V}{R}$ من المبيان نحدد R نجد $R = 5,5 \times 2 = 11 \text{ cm}$

$$= 0,11 \text{ m}$$

$$= \frac{0,48}{0,11}$$

$$= 4,36 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega$$

• الطريقة

الثانية :

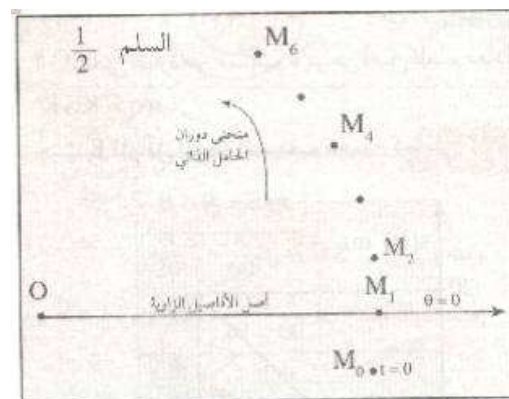
السرعة

الزاوية

اللحظية

يعبر عنها

كالتالي :



$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau} \quad \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

نستعمل المنقلة لقياس الزاوية $\Delta\theta = (\overrightarrow{OM_{i-1}}, \overrightarrow{OM_{i+1}})$ نجد 20° نحول الى rad

$$\Delta\theta = \frac{20^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0,35 \text{ rad} \quad \text{نستنتج :}$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{0,35}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 4,4 \text{ rad.s}^{-1}$$

4- المعادلة الزمنية لحركة النقطة M .
المعادلة الزمنية لحركة دائرية منتظمة بدلالة الأضلاع الزاوي تكتب :
 $\theta(t) = \omega t + \theta_0$
حيث: $\omega = 4,4 \text{ rad.s}^{-1}$ السرعة الزاوية للحامل .
و θ_0 الأضلاع الزاوي عند أصل التواريخ ، باستعمال الشروط البدئية و المنقلة
نستنتج من التسجيل :
 $\theta_0 = -10^\circ = -\frac{10^\circ \times \pi}{180^\circ} = -1,7 \text{ rad}$

المعادلة الزمنية تكتب :
 $\theta(t) = 4,4t - 1,7$ حيث θ ب (rad) و t ب (s)
5- لايجاد المعادلة الزمنية باستعمال الأضلاع المنحني نستعمل العلاقة التالية :
 $s(t) = R \cdot \theta(t)$ مع $R = 0,11 \text{ m}$
 $s(t) = R\omega t + R\theta_0$
حيث : s ب (m) و t ب (s) $s(t) = 0,48t - 0,19$

تمرين 4:

1- ميانيا نجد عند اللحظة $t_1 = 2 \text{ s}$ السرعة الزاوية :
 $\omega = 5\pi \text{ rad.s}^{-1} = 15,7 \text{ rad.s}^{-1}$
2- حسب المنحنى نلاحظ أن السرعة الزاوية ω للقرص تتناسب اطرادا مع الزمن t خلال المجال $[0, 4\text{s}]$, ابتداء من اللحظة 4s تبقى السرعة الزاوية ثابتة وهي اللحظة التي تكون فيها حركة القرص دورانية منتظمة .

3- المعادلة الزمنية لحركة الدوران المنتظم تكتب :
 $\theta(t) = \omega t + \theta_0$
حسب المبيان $\omega = 10\pi = 31,4 \text{ rad.s}^{-1}$
 $\theta_0 = 20\pi = 62,8 \text{ rad}$ الأضلاع الزاوي عند أصل التواريخ .
4- ليكن n عدد الدورات التي ينجزها القرص خلال المدة $\Delta t = 8 - 4 = 4 \text{ s}$ حيث :
 $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi n}{\Delta t}$
 $n = \frac{\omega \cdot \Delta t}{2\pi} = \frac{31,4 \times 4}{2\pi} = 20$
يدور القرص 20 دورة خلال المدة Δt .

تمرين 5:

1- المنحنى عبارة عن مستقيم لا يمر من أصل المعلم معادلته تكتب : $s(t) = at + b$
حيث a المعامل الموجه للمستقيم $a = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
نأخذ النقط التالية يمر منها المنحنى:

s(10 ⁻² m)	4	20
-----------------------	---	----

$t(10^{-2}s)$	0	16
---------------	---	----

$$a = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(20-4).10^{-2}}{(16-0).10^{-2}} = 1m.s^{-1}$$

b هو الأفصول المنحني عند أصل التواريخ $t=0$ نحدده مبيانيا وهو أرتوب تقاطع المنحني مع محور الأرتيب نجد : $b=4.10^{-2}m$
معادلة المنحني تكتب :

$$S(t)=t+4.10^{-2} \quad (1)$$

2- معدلة الأفصول المنحني $s(t)$ من الدرجة الاولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم .

- اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .
- حركة الجسم (S) دوران منتظم .

3- المعادلة الزمنية للأفصول المنحني لحركة الدوران المنتظم تكتب : $s(t)=Vt+s_0$ (2)

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد $V=a=1m.s^{-1}$,

4- السرعة الزاوية للدوران الجسم تساوي السرعة الزاوية للنقطة A .

$$\text{نكتب : } V=R.\omega \text{ أي } \omega = \frac{V}{R} = \frac{V}{d} \text{ ت.ع. : } \omega = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

الأفصول الزاوي عند $t=0$:

$$\text{نكتب : } s_0=R\theta_0 \text{ أي } \theta_0 = \frac{s_0}{R} = \frac{s_0}{d} \text{ ت.ع. : } \theta_0 = \frac{4.10^{-2}}{0,1} = 0,4 \text{ rad}$$

5- حركة الدوران المنتظم تتميز بالدور وهو المدة الزمنية التي ينجز فيها الجسم دورة كاملة .

$$\text{نكتب : } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ أي } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ ت.ع. : } T = \frac{2\pi}{10} = 0,63s$$

تردد الحركة f يكتب :

$$f = \frac{1}{T} \text{ ت.ع. : } f = \frac{1}{0,63} = 1,6 \text{ Hz}$$

تمرين 6:

1- بما أن المعادلة الزمنية للأفصول الزاوي $\theta(t)$ عبارة عن معادلة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم ، اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .

2- بالنسبة للدوران المنتظم معادلة الأفصول الزاوي تكتب :

θ

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

بالمقارنة مع معادلة الزمنية لحركة النقطة A : $30t+0,2$

السرعة الزاوية $\omega=30 \text{ rad.s}^{-1}$

الأفصول الزاوي عند اللحظة $t=0$: $\theta_0=0,2 \text{ rad}$

3- تحديد زاوية الدوران $\Delta\theta$ خلال المدة Δt :

$$\text{لدينا : } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{ أي } \Delta\theta = \omega \Delta t = \omega(t_2 - t_1) \text{ ت.ع. : } (60-0) = 1800 \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = 30 \times$$

ليكن عدد الدورات المنجزة حيث :

$$\text{لدينا } \Delta\theta = 2\pi.n \text{ أي } n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{1800}{2\pi} = 286,5 \text{ tr}$$

4- تغيير الأضوال المنحني :

العلاقة بين الأضوال المنحني والزواي هي : $s=R\theta$ مع : $R=\frac{D}{2}=20\text{cm}$
 $s(t) = 30Rt+0,2R$
 $30\times 0,2t+0,2\times 0,2$
تعبير الأضوال الزواي :

مع s ب (m) و $s(t) = 6t+4.10^{-2}$

t ب (s)

5- ليكن d المسافة المقطوعة من طرف النقطة A بين t_3 و t_4 :
• الطريقة الأولى :

باستعمال السرعة الخطية : $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ أي : $s = V\Delta t = V(t_4-t_3)=6(0,2-0,1)=0,6\text{m}$

• الطريقة الثانية :

باستعمال الأضوال المنحني : $s(t) = 6t+4.10^{-2}$
عند t_3 يكون الأضوال المنحني : $s(t_3)=6t_3+4.10^{-2}$
عند t_4 يكون الأضوال المنحني : $s(t_4)=6t_4+4.10^{-2}$
خلال المدة $\Delta t=t_4-t_3$ يتغير الأضوال المنحني ب :
 $d=\Delta s=s(t_4)-s(t_3)=6t_4-6t_3=6(t_4-t_3)=6(0,2-0,1)=0,6\text{m}$