

دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

1- حركة جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

في حياتنا اليومية توجد أجسام صلبة في حركة دوران حول محور ثابت كالباب والنافورة والبكرة الخ

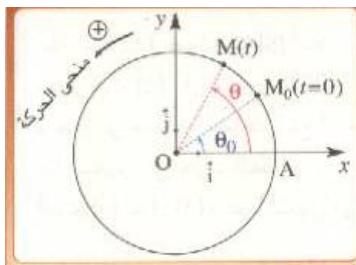
تعريف :

نقول ان جسما صلبا في دوران حول محور ثابت اذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية مرکزة على هذا المحور .

2- معلومة نقطة متحركة من جسم صلب :

نعتبر جسم صلب في دوران حول محور ثابت .

المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعدد منظم حيث المتجهة \vec{k} منطبقه مع محور الدوران (Δ) والمستوى (\vec{j}, \vec{i}, O) متطابق مع مسار النقطة M .



أ- الأقصول الزاوي :

نسمي الأقصول الزاوي عند لحظة ما القيمة الجبرية التي تكونها متجهة الموضع \vec{OM} ومحور مرجعي Ox نتخذ أصلا للأوصيل الزاوية .

$\theta = (\vec{ox}, \vec{om})$ يعبر عن الأقصول الزاوي في النظام العالمي للوحدات بالراديان .

Radian ويرمز له ب rad .

أ - الأقصول المنحني :

نسمي الأقصول المنحني قياس القوس $s = \widehat{AM}$ أصل الأوصيل المنحني .

s مقدار جبري اشارته تتعلق بتوجيه المسار .

يعبر عن الأقصول المنحني بالметр يرمز له ب m .

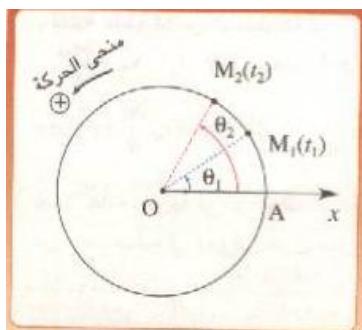
ج- العلاقة بين الأقصول المنحني والأقصول الزاوي :

نبرهن في الرياضيات : $s = R\theta$

R شعاع المسار .

θ الأقصول الزاوي .

s الأقصول المنحني .



2- السرعة الزاوية :

1-2 السرعة الزاوية المتوسطة :

عندما ينجز الجسم حركة دوران حول المحور (Δ) تدور النقطة M بالزاوية θ_1 عند اللحظة t_1 وبالزاوية θ_2 عند اللحظة t_2 .

السرعة الزاوية المتوسطة تكتب :

$$\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية ورمزها : rad.s⁻¹ .

تطبيق :

احسب السرعة الزاوية لدوران الأرض حول نفسها علماً أن الأرض تنجز دورة كاملة خلال يوم فلكي حيث $T=23h56min4s$

الحل :

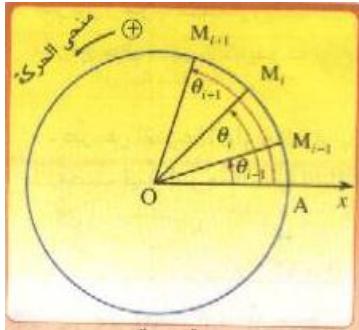
خلال المدة : $\Delta t = T = 23h56min\ 4s = 23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4 = 86164s$ تنجز الأرض

دورة واحدة $\Delta\theta = 2\pi = 6,28\ rad$

وبالتالي فالسرعة الزاوية :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{6,28}{86164} = 7,3 \cdot 10^{-5} rad.s^{-1}$$

2- السرعة الزاوية اللحظية :



نعتبر لحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد مقاربتين تؤطران اللحظة t_i ، اذا كان $\theta_{i+1} - \theta_{i-1}$ الفرق في الأقصول الزاوي بين هاتين اللحظتين ، فان السرعة الزاوية اللحظية هي:

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي سرعته الزاوية في لحظة t .

3- العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية :

السرعة الخطية لنقطة متحركة هي :

$$V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\delta s}{\delta t}$$

لدينا :

$$\delta s = R\delta\theta$$

وبالتالي :

$$V_i = \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{R\delta\theta}{\delta t}$$

نستنتج :

$$V_i = R\omega_i$$

V_i السرعة الخطية عند اللحظة t_i .

3 - حركة الدوران المنتظم :

1-تعريف :

تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظمة اذا بقيت سرعته الزاوية اللحظية ثابتة $\omega = cte$.

2- الدور والتعدد :

مع مرور الزمن تتكرر حركة جسم دورانه منتظم ، نقول ان الحركة دورية. اذا كان الجسم ينجز دورة خلال مدة زمنية T فان T تسمى دور الحركة .

$$\text{نستنتج أن : } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

تعريف التعدد :

التردد f لحركة الدوران المنتظم هو عدد الدورات في الثانية .

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{أو} \quad f = \frac{1}{T}$$

3- المعادلة الزمنية للحركة :

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

إذا كان الأفصول الزاوي لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران عند التاريخ t هو θ و عند التاريخ البدئي t_0 هو θ_0 فان:

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\theta = \omega(t-t_0) + \theta_0$$

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta = \omega t + \theta_0 \\ \text{وفي حالة: } t_0 = 0 \end{array} \right.$$

تمثل العلاقة (1) المعادلة الزمنية لحركة النقطة M من جسم في دوران حول محور ثابت بدلالة الأفصول الزاوي . باعتبار الأفصول المنحني تكون المعادلة الزمنية لحركة النقطة M هي :

$$\text{لدينا: } V = R\omega \quad s = R\theta \quad s_0 = R\theta_0$$

$$R\theta = R\omega t + R\theta_0$$

$$\text{نستنتج أن: } s = Vt + s_0$$

تطبيق:

المعادلة الزمنية لحركة نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي :

$$s(t) = 0,70t + 0,03$$

حيث t بالثانية و s بالمتر.

1 - ما هي طبيعة حركة الجسم الصلب ؟

2 - حدد قيمتي الأفصول المنحني للنقطة M عند اللحظة $t=0$ وسرعتها الخطية .

3 - اذا علمت أن قطر المسار الدائري هو $D=30\text{cm}$ ، أوجد تعبير الأفصول الزاوي $\theta(t)$ للنقطة M بدلالة t .

الحل:

1 - بما أن الجسم في حركة دوران حول محور ثابت ، والمعادلة الزمنية لحركة متحركة من هذا الجسم هي من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، اذن حركة الجسم دوران منتظم .

2 - بالنسبة لحركة الدوران المنتظم نكتب :

$$(1) \quad s(t) = Vt + s_0$$

$$(2) \quad s(t) = 0,70 + 0,03$$

حسب النص : بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نستنتج :

$$s_0 = 0,03\text{m} \quad \text{و} \quad V = 0,70\text{m.s}^{-1}$$

$$3 - \text{نعلم أن: } \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$\text{بحيث: } \theta_0 = \frac{s_0}{R} \quad \text{أي: } s_0 = R\theta_0$$

$$\omega = \frac{V}{R} \quad \text{أي: } V = R\omega$$

$$\theta_0 = \frac{0,03}{0,15} = 0,20 \text{ rad} \quad ; \quad R = \frac{D}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15\text{m}$$

$$\omega = \frac{0,70}{0,15} = 4,67 \text{ rad.s}^{-1}$$

تعبير الأفصول الزاوي :

$$\theta(t) = 4,67t + 0,20$$

بحيث t بالثانية (s) و θ بالراديان (rad) .