

## دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

### 1 - حركة جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

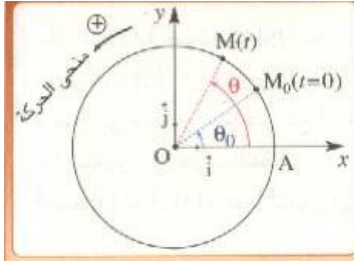
في حياتنا اليومية توجد أجسام صلبة في حركة دوران حول محور ثابت كالباب والناعورة والبكرة ..... الخ

#### 1 1 تعريف :

نقول ان جسما صلبا في دوران حول محور ثابت اذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركة على هذا المحور .

#### 1-2- معلمة نقطة متحركة من جسم صلب :

نعتبر جسم صلب في دوران حول محور ثابت .  
المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  متعامد ممنظم حيث المتجهة  $\vec{k}$  منطبقة مع محور الدوران  $(\Delta)$  والمستوى  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  متطابق مع مسار النقطة  $M$ .



أ-الأفصول الزاوي :

نسمي الأفصول الزاوي عند لحظة ما القيمة الجبرية التي تكونها متجهة الموضع  $\vec{OM}$  ومحور مرجعي  $Ox$  نتخذه أصلا للأفصول الزاوية  $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ .  
يعبر عن الأفصول الزاوي في النظام العالمي للوحدات بالراديان Radian ويرمز له ب rad .

أ - الأفصول المنحني :

نسمي الأفصول المنحني قياس القوس  $s = \widehat{AM}$  أصل الأفصول المنحني .  
S مقدار جبري اشارته تتعلق بتوجيه المسار .  
يعبر عن الأفصول المنحني بالمتر يرمز له ب m .

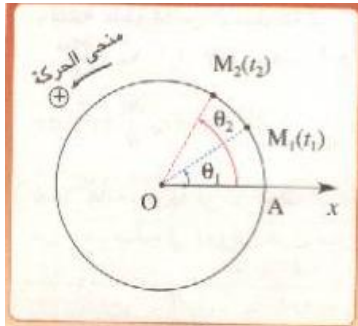
ج- العلاقة بين الأفصول المنحني والأفصول الزاوي :

نبرهن في الرياضيات :  $s = R\theta$

R شعاع المسار.

$\theta$  الأفصول الزاوي .

S الأفصول المنحني .



### 2 - السرعة الزاوية :

#### 1-2- السرعة الزاوية المتوسطة :

عندما ينجز الجسم حركة دوران حول المحور  $(\Delta)$  تدور النقطة M بالزاوية  $\theta_1$  عند اللحظة  $t_1$  وبالزاوية  $\theta_2$  عند اللحظة  $t_2$  .

السرعة الزاوية المتوسطة تكتب :

$$\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية ومزها :  $\text{rad.s}^{-1}$  .

### تطبيق :

احسب السرعة الزاوية لدوران الأرض حول نفسها علما أن الأرض تتجز دورة كاملة خلال يوم فلكي حيث

$$T=23h56min4s$$

الحل :

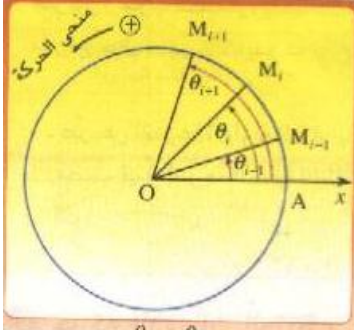
خلال المدة :  $\Delta t = T = 23h56min4s = 23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4 = 86164s$  تتجز الأرض

دورة واحدة  $\Delta\theta = 2\pi = 6,28 \text{ rad}$

وبالتالي فالسرعة الزاوية :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{6,28}{86164} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

### 2-2 السرعة الزاوية اللحظية :



نعتبر لحظتين  $t_{i+1}$  و  $t_{i-1}$  جد متقاربتين تؤطران اللحظة  $t_i$  ، اذا كان  $\theta_{i+1} - \theta_{i-1}$  الفرق في الأفصول الزاوي بين هاتين اللحظتين ، فان السرعة الزاوية اللحظية هي:

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي سرعته الزاوية في لحظة  $t$  .

### 3-2 العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية :

السرعة الخطية لنقطة متحركة هي :

$$V_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\delta s}{\delta t}$$

لدينا :  $s = R\theta$

وبالتالي :  $\delta s = R\delta\theta$

$$V_i = \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{R\delta\theta}{\delta t}$$

نستنتج :

$$V_i = R \cdot \omega_i$$

$V_i$  السرعة الخطية عند اللحظة  $t_i$  .

### 3 - حركة الدوران المنتظم :

#### 1-3 تعريف :

تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظمة اذا بقيت سرعته الزاوية اللحظية ثابتة  $\omega = cte$  .

#### 2-3 الدور والتردد :

مع مرور الزمن تتكرر حركة جسم دورانه منتظم ، نقول ان الحركة دورية . اذا كان الجسم ينجز دورة خلال مدة زمنية  $T$  فان  $T$  تسمى دور الحركة .

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

تعريف التردد :

التردد  $f$  لحركة الدوران المنتظم هو عدد الدورات في الثانية .

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ أو } f = \frac{1}{T}$$

نكتب :

### 3-3 المعادلة الزمنية للحركة :

إذا كان الأفصول الزاوي لنقطة متحركة من جسم صلب في دوران عند التاريخ  $t$  هو  $\theta$  و عند التاريخ البدئي  $t_0$  هو  $\theta_0$  فان:

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\theta = \omega(t - t_0) + \theta_0 \quad \text{وبالتالي}$$

$$(1) \quad \left\{ \theta = \omega t + \theta_0 \right\} \quad \text{وفي حالة : } t_0 = 0 \text{ نكتب :}$$

تمثل العلاقة (1) المعادلة الزمنية لحركة النقطة M من جسم في دوران حول محور ثابت بدلالة الأفصول الزاوي . باعتبار الأفصول المنحني تكون المعادلة الزمنية لحركة النقطة M هي :

$$\text{لدينا : } s = R\theta \text{ و } s_0 = R\theta_0 \text{ و } V = R\omega$$

$$R\theta = R\omega t + R\theta_0$$

$$s = Vt + s_0 \quad \text{نسنتج أن :}$$

**تطبيق :**

المعادلة الزمنية لحركة نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي :

$$s(t) = 0,70t + 0,03$$

حيث  $t$  بالثانية و  $s$  بالمتر.

- 1 - ما هي طبيعة حركة الجسم الصلب ؟
- 2 - حدد قيمتي الأفصول المنحني للنقطة M عند اللحظة  $t=0$  وسرعتها الخطية .
- 3 - إذا علمت أن قطر المسار الدائري هو  $D=30\text{cm}$  ، أوجد تعبير الأفصول الزاوي  $\theta(t)$  للنقطة M بدلالة  $t$  .

الحل :

- 1 - بما أن الجسم في حركة دوران حول محور ثابت ، والمعادلة الزمنية لنقطة متحركة من هذا الجسم هي من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، إذن **حركة الجسم دوران منتظم** .

- 2 - بالنسبة لحركة الدوران المنتظم نكتب :

$$(1) \quad s(t) = Vt + s_0$$

$$(2) \quad s(t) = 0,70t + 0,03 \quad \text{حسب النص :}$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نستنتج :

$$s_0 = 0,03\text{m} \quad \text{و} \quad V = 0,70\text{m.s}^{-1}$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0 \quad \text{نعلم أن :}$$

$$\text{بحيث : } s_0 = R\theta_0 \quad \text{أي : } \theta_0 = \frac{s_0}{R}$$

$$\text{و } V = R\omega \quad \text{أي : } \omega = \frac{V}{R}$$

$$\text{ت.ع} \quad \theta_0 = \frac{0,03}{0,15} = 0,20 \text{ rad} ; \quad R = \frac{D}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15\text{m}$$

$$\omega = \frac{0,70}{0,15} = 4,67 \text{ rad.s}^{-1}$$

تعبير الأفصول الزاوي :

$$\theta(t) = 4,67t + 0,20$$

بحيث  $t$  بالثانية (s) و  $\theta$  بالراديان (rad) .