

حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت  
Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un axe fixe

## I - حركة الدوران حول محور ثابت

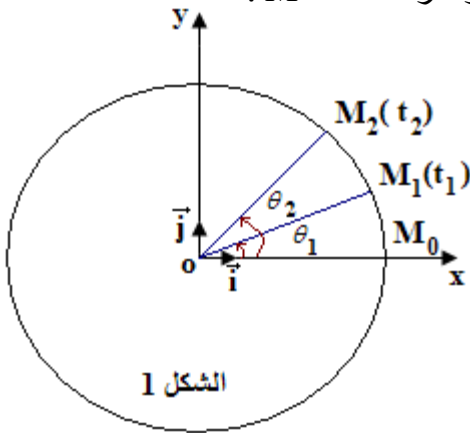
1 - تعريف:

تكون لجسم صلب غير قابل للتشويه حركة دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركة على هذا المحور، باستثناء النقط التي تنتمي إليه.

2 - معلمة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت.

### أ - الأفصول الزاوي: Abscisse angulaire

لمعلمة النقطة M من جسم صلب في حالة دوران حول محور ثابت نختار معلما متعامدا ممنظما  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، بحيث ينطبق محور الدوران  $(\Delta)$  مع المتجهة  $\vec{k}$  وينطبق المستوى  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  مع مسار حركة النقطة M . ويمكن تعيين موضع النقطة M في كل لحظة باستعمال الأفصول الزاوي  $\theta$ .



الشكل 1

$$\theta = \widehat{(\vec{Ox}, \vec{OM})}$$

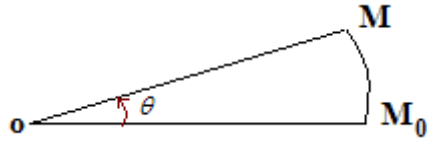
وحدة قياس الأفصول الزاوي في SI الراديان Radian رمزها: rad .

### ب - الأفصول المنحني: Abscisse curviligne

نسمي الأفصول المنحني للنقطة المتحركة M في لحظة t المقدار الجبري s ،

حيث:  $s = \widehat{M_0 M}$  ( أصل الأفاصيل المنحنية ) ، وحدة الأفصول المنحني في

SI هي المتر m .



### ج - العلاقة بين الأفصول الزاوي والأفصول المنحني.

$$s = R \cdot \theta$$

m                      m      rad

R : شعاع المسار الدائري للنقطة المتحركة M .

## II - السرعة الزاوية: Vitesse angulaire

1 - السرعة الزاوية المتوسطة (Moyenne)

M1 موضع النقطة M عند اللحظة t1 أفصولها الزاوي  $\theta_1$  ؛

M2 موضع النقطة M عند اللحظة t2 أفصولها الزاوي  $\theta_2$  .

خلال المدة  $\Delta t = t_2 - t_1$  تعبر النقطة M القوس  $\widehat{M_0 M}$  ويدور الجسم بمتجهة الموضع  $\vec{OM}$  بالزاوية

$$(\widehat{OM_1}, \widehat{OM_2}) = \theta_2 - \theta_1$$

السرعة الزاوية المتوسطة  $\omega$  للنقطة M بين التاريخين  $t_1$  و  $t_2$  هي:

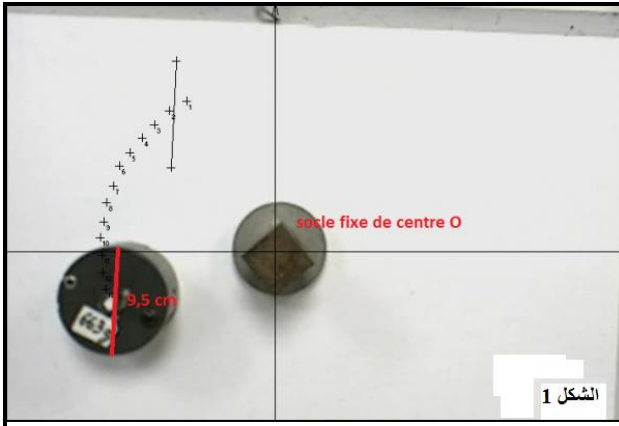
$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

rad / s                      rad      s

2 - السرعة الزاوية اللحظية (Instantanée)

السرعة الزاوية  $\omega_i$  عند اللحظة  $t_i$  تساوي السرعة الزاوية المتوسطة بين لحظتين جد متقاربتين  $t_{i+1}$  و  $t_{i-1}$  تؤطران اللحظة

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$



3 - العلاقة بين السرعة الخطية  $V$  والسرعة الزاوية  $\omega$ .

نشاط تجريبي

الأهداف : - تحديد طبيعة الحركة؛

- التحقق من العلاقة  $V = R \cdot \omega$ ؛

- التوصل إلى المعادلة الزمنية.

العدة التجريبية: منضدة هوائية ولوازمها - خيط غير مر.

المناولة:

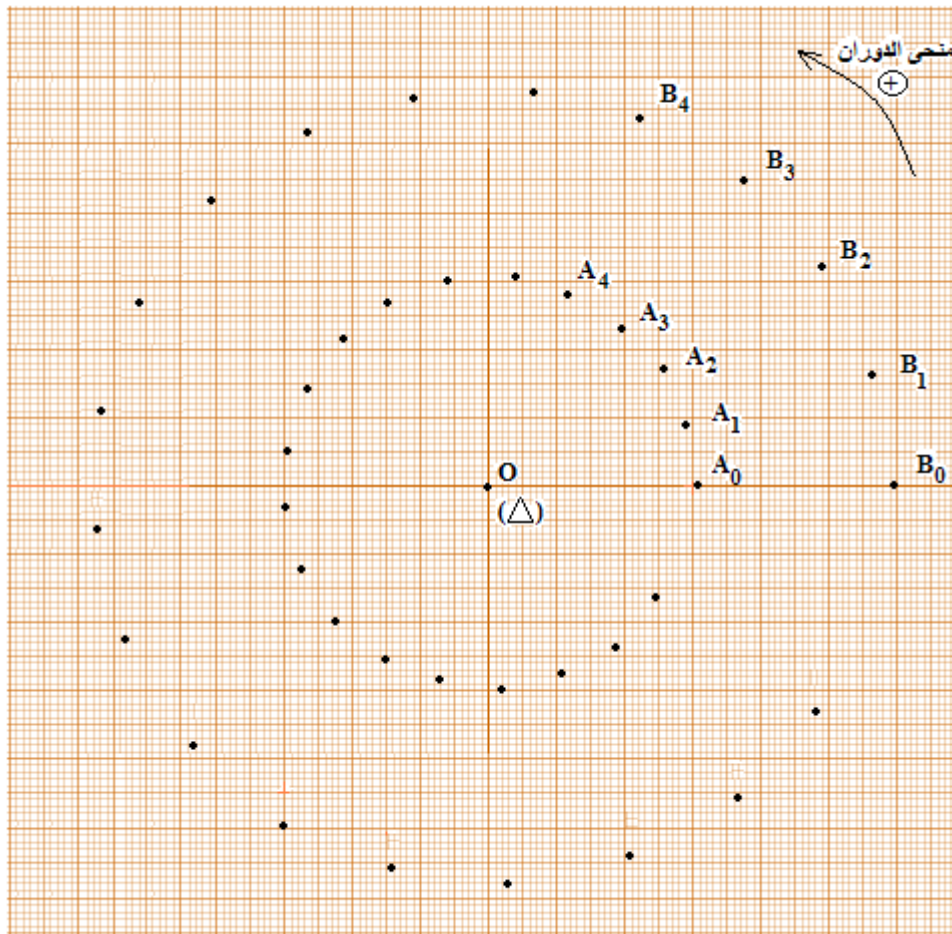
يمثل الشكل 1 التركيب التجريبي المستعمل، وهو يتكون من حامل ذاتي مزود بمفجر جانبي. المجموعة المكونة للجسم الصلب (حامل ذاتي + مفجر جانبي) يمكنها الدوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  ينتمي للقطعة المعدنية ويمر من مركز تماثلها.

نضبط أفقية المنضدة الهوائية بالاعتماد على الحامل الذاتي.

نربط الجسم الصلب بواسطة خيط غير مر.

نعمل على أن يكون المفجران المركزي  $A$  والجانب  $B$ ، والنقطة  $O$  التي تنتمي للمحور  $(\Delta)$ ، على استقامة واحدة.

نرسل الجسم الصلب ونسجل حركة النقطتين  $A$  و  $B$  أثناء مدد زمنية متتالية ومتساوية قيمتها  $\tau$  الشكل 2 .



شكل 2 التسجيل بالسلم  $\frac{1}{2}$  لحركتي النقطتين  $A$  و  $B$  و  $\tau = 40ms$

استثمار 1 : السرعة الخطية - السرعة الزاوية - طبيعة الحركة.

1 - بين أن حركة النقط  $A$  و  $B$  دائرية.

2 - قارن المسافات المقطوعة من طرف كل نقطة خلال نفس المدة الزمنية  $\tau$ . ماذا تستنتج؟

3 - احسب قيمة السرعة  $V_A$  للنقطة  $A$  و قيمة السرعة  $V_B$  للنقطة  $B$ .

4 - مثل بنفس السلم المتجهتين  $\vec{V}_A$  و  $\vec{V}_B$  وقارنهما من حيث الطول. ماذا تستنتج؟

5 - بواسطة منقلة قس الزاوية المكسوحة  $\Delta\theta_A$  من طرف النقطة  $A$  بين اللحظتين  $t_{i-1}$  و  $t_{i+1}$  ثم الزاوية  $\Delta\theta_B$  المكسوحة من طرف النقطة  $B$  خلال نفس المدة الزمنية  $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$ .

6 - قارن  $\Delta\theta_A$  و  $\Delta\theta_B$ . ماذا تستنتج؟

7 - نعرف السرعة الزاوية لنقطة M في حركة دائرية مركزها O عند اللحظة  $t_i$  بالعلاقة:  $\omega_i = \frac{\Delta\theta}{t_{i+1} - t_{i-1}}$  حيث  $\Delta\theta$

الزاوية بالراديان (rad) المكسوحة من طرف القطعة OM بين اللحظتين  $t_{i-1}$  و  $t_{i+1}$  وتسمى زاوية دوران الجسم الصلب. احسب السرعة الزاوية  $\omega_A$  للنقطة A و السرعة الزاوية  $\omega_B$  للنقطة B في مواضع مختلفة. ماذا تستنتج؟

8 - المجموعة المكونة من الحامل الذاتي والمفجر الجانبي في حركة دوران منتظم حول محور ثابت ( $\Delta$ ) يمر من النقطة O اقترح مما سبق تعريفا لحركة الدوران المنتظم.

**استثمار 2 : التحقق من العلاقة  $V = R.\omega$**

9 - عين الشعاع  $R_A$  لمسار النقطة A والشعاع  $R_B$  لمسار النقطة B .

10 - اختر مواضع مختلفة للنقط A و B واحسب لكل موضع المقدار  $R\omega_i$  وقارنه مع السرعة اللحظية  $V_i$  . ماذا تستنتج؟

### استثمار 1

1 - بما أن المسار دائري فإن حركة النقط A و B دائريتين.

2 - المسافات المقطوعة من طرف كل نقطة خلال نفس المدة الزمنية  $\tau$  متساوية، نستنتج إذن أن السرعة ثابتة وحركة كل نقطة دورانية منتظمة.

3 - حساب السرعة  $V_A$  للنقطة A والسرعة  $V_B$  للنقطة B :

.....

.....

4 - تمثيل  $\vec{V}_A$  و  $\vec{V}_B$  حسب السلم: .....

نلاحظ أن  $\vec{V}_B$  أطول من  $\vec{V}_A$ ، ومنه نستنتج أن للنقطتين A و B سرعتين خطيتين مختلفتين.

5 -  $\Delta\theta_A =$

$\Delta\theta_B =$

6 -  $\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$  ، نستنتج أن لجميع نقط الجسم الصلب نفس الأفصول الزاوي في نفس اللحظة.

7 - .....

.....

نلاحظ أن  $\omega_A = \omega_B$  ، إذن للنقطتين A و B نفس السرعة الزاوية.

8 - تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظمة إذا بقيت السرعة الزاوية  $\omega$  لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن  $\omega = C^{te}$ .

### استثمار 2 :

9 - .....

.....

.....

10 - .....

.....

نلاحظ أن  $V_B = R_B.\omega_B$  و  $V_A = R_A.\omega_A$  .

نستنتج أنه بالنسبة لجميع نقط الحامل الذاتي والمفجر الجانبي تتحقق العلاقة:  $V = R.\omega$

أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت، تكون لجميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية  $\omega$  بينما تختلف سرعاتها الخطية.

### تمرين تطبيقي:

قطر دوار منوب لمحطة نووية 2,2m عند تشغيله ينجز الدوار حركة دوران حول محور ثابت بسرعة زاوية قيمتها 25 دورة في الثانية.

1 - عبر عن السرعة الزاوية للدوار بالوحدة  $\text{rad.s}^{-1}$  .

2 - احسب قيمة السرعة الخطية لنقطة M توجد على الجانب الخارجي للدوار.

### III - حركة الدوران المنتظم.

1 - تعريف:

تكون حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت منتظمة إذا بقيت السرعة الزاوية  $\omega$  لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن

$$\omega = C^{te}$$

2 - خاصيات الدوران المنتظم:

أ - الدور  $T$

الدور  $T$  هو المدة الزمنية اللازمة لكي تنجز نقطة من جسم صلب في حركة دوران منتظم دورة كاملة.

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$\Delta \theta = \Delta t \times \omega$$

$$\Delta \theta = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

وبالتالي فإن:

وحدة الدور في SI هي الثانية s .

ب - التردد  $f$

تردد حركة الدوران المنتظم لجسم صلب هو عدد الدورات التي تنجزها نقطة من هذا الجسم في الثانية:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

وحدة التردد في SI هي الهيرتز Hertz رمزا Hz .

استثمار 3 : المعادلة الزمنية للحركة:  $\theta = f(t)$

نعتبر مسار النقطة A ونختار الاتجاه المرجعي OX الذي يمر من النقطة  $A_0$  .

نحدد كل موضع بالأفصول الزاوي  $\theta_i$  حيث  $\theta_i = (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OA_i})$  ،

نختار اللحظة التي سُجل فيها الموضع  $A_2$  أصلا للتواريخ

(t = 0) الشكل 3 .

11 - دون في جدول قيم الزوج (t,  $\theta$ ) التي تحدد مواضع النقطة

A .

12 - مثل بسلم مناسب المنحنى الذي يمثل الدالة  $\theta = f(t)$  .

13 - تمثل معادلة الدالة  $\theta(t) = f(t)$  المعادلة الزمنية لحركة

النقطة A . أوجد الصيغة الرياضية لهذه المعادلة .

14 - أوجد تعبير هذه المعادلة وأعط المدلول الفيزيائي للمقادير

الفيزيائية الواردة فيها .

15 - إذا تم اختيار لحظة تسجيل  $A_0$  أصلا لمعلم الزمن، كيف

تصير المعادلة الزمنية لحركة النقطة A ؟

16 - يمكن أن نثبت معادلة زمنية أخرى إذا ما معلنا النقطة A

بقياس طول القوس  $S = \widehat{A_0 A_i}$  الذي يمثل الأفصول المنحني

للنقطة  $A_i$  .

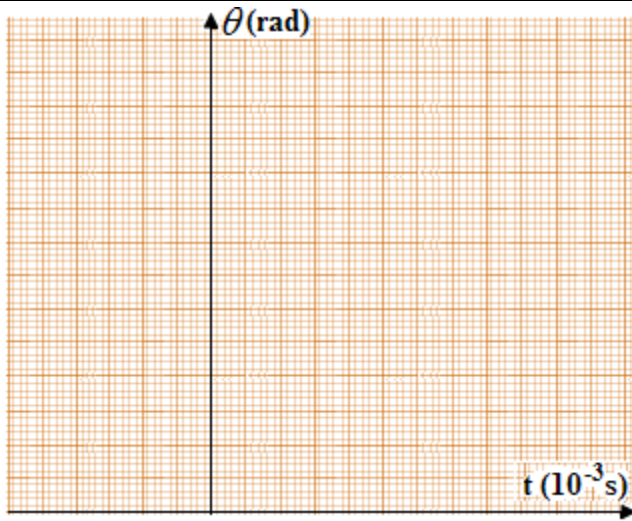
شكل 3 التسجيل بالسلم  $\frac{1}{2}$  لحركة النقطة A  $\tau = 40ms$

نحتفظ بنفس التسجيل شكل 3 والموضع  $A_2$  أصلا لمعلم الزمن (t = 0) باعتمادك الأسئلة 11 - 12 - 13 - 14 وبتعويض

الدالة  $\theta = f(t)$  بالدالة  $S = f(t)$  أعط تعبير المعادلة الزمنية للحركة في هذه الحالة .

(11)

المواضع	$A_7$	$A_6$	$A_5$	$A_4$	$A_3$	$A_2$	$A_1$	$A_0$
الزمن (t) ( $10^{-3}s$ )								
$\theta(^{\circ})$								
$\theta(rad)$								



$$\omega =$$

$$\theta_0 =$$

12 ( خط المنحنى  $\theta = f(t)$  السليم: .....

13 ( الصيغة الرياضية:  $\theta = at + b$

$$14 ( a : \text{المعامل الموجه} : a = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

a لها أبعاد السرعة الزاوية إذن  $a = \omega$ .

وبالتالي نكتب:  $\theta = \omega t + b$

نحسب b :

$$\text{عند } t = 0 : \theta(t = 0) = \theta_0 = \omega \times 0 + b$$

إذن:  $b = \theta_0$

$\theta_0$ : الأفصول الزاوي للنقطة المتحركة A عند  $t = 0$ .

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

ت ع:

المعادلة الزمنية للحركة:  $\theta(t) = .....t + .....$

$$\theta(t) = \omega t \quad \text{أي:} \quad \theta(t) = .....t$$

15 ( إذا تم اختيار لحظة تسجيل  $A_0$  أصلا لمعلم الزمن:

$$s = R.\theta$$

$$16 ( \vec{s} = \vec{A_0 A_i}$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$s = R(\omega t + \theta_0)$$

$$s = R\omega t + R\theta_0$$

$s_0$ : الأفصول المنحني عند  $t = 0$   
V: السرعة الخطية للنقطة المتحركة.

$$\text{وبالتالي: } s(t) = Vt + s_0$$

$$V =$$

$$s_0 =$$

$$s(t) =$$

### تعميم:

المعادلة الزمنية هي العلاقة التي تربط الأفصول الزاوي  $\theta$  أو الأفصول المنحني s للنقطة المتحركة في معلم الفضاء و t لحظة ملاحظتها في معلم الزمن، أي الدالة  $\theta = f(t)$  أو  $s = g(t)$ .  
نعتبر عن حركة نقطة متحركة لجسم صلب غير قابل للتشويه في حركة دوران منتظم حول محور ثابت بإحدى العلاقتين:

$$s(t) = Vt + s_0$$

$$\text{أو} \quad \theta(t) = \omega t + \theta_0$$