

الجزء الأول : الشغل الميكانيكي
و الطاقة .
الدرس 1
ذ : عزيز العطور

دوران جسم صلب حول
محور ثابت

الأولى بكالوريا
جميع الشعب

1- معلمة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

1-1- حركة الدوران حول محور ثابت :

1-1-1- نشاط :

أ- حدد الأجسام التي لها حركة
إزاحة مع تحديد نوع الإزاحة .
الناقلتان في الشكلين 1 و 4 لهما
حركة إزاحة دائرية والناقلة في
الشكل 2 لها حركة إزاحة منحنية .
ب- حدد الأجسام التي لها حركة
دوران .

الذراع في الشكل 3 في حركة

دوران .

ج- ما شكل مسارات نقط ذراع
العجلة الكبيرة لمدورة الألعاب في
الشكل 4 ؟

تتميز نقط ذراع العجلة الكبيرة
لمدورة الألعاب بمسارها الدائري
المركز حول محور الدوران .

د- ما الفرق بين حركة الذراع
وحركة الناقلات في الشكل 4 ؟

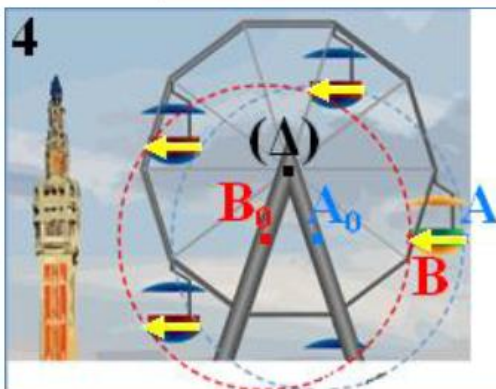
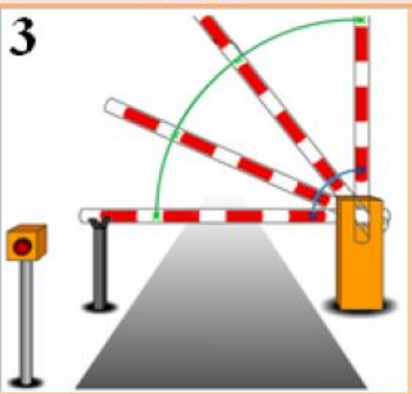
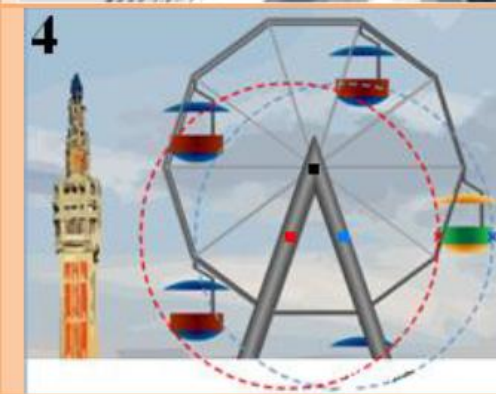
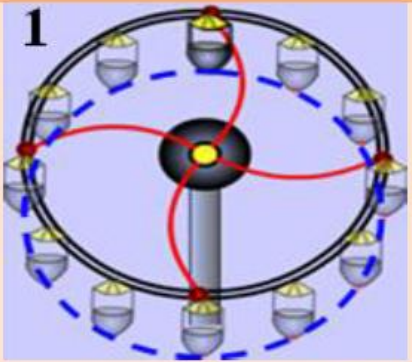
ينجز الذراع حركة دورانية في حين تكون للناقلات حركة إزاحة دائرية حيث تحتفظ كل قطعة من الناقلات
بنفس الاتجاه خلال الحركة .

2-1-1- خلاصة :

يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في
حركة دائرية ممرزة على هذا المحور ومسار هذه النقطة المتحركة ينتمي إلى المستوى المتعامد
مع محور الدوران .

3-1-1- حركة الدوران وحركة الإزاحة الدائرية :

تتكون مدورة الألعاب من عجلة كبيرة تربط إليها مجموعة من الناقلات .
بالنسبة للعجلة فهي في حركة دوران حول محور الدوران الثابت Δ .
لأن جميع نقط العجلة في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور ، أما
بالنسبة للناقلات فهي في حركة إزاحة دائرية (لأن كل قطعة تجمع بين
نقطتين من الناقلات تحتفظ باتجاه ثابت $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{Cte}$ ، وكل نقطة من
الناقلات تتجز مساراً دائرياً ذي مراكز مختلفة A_0 و B_0) .



1-2-1 معلمة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

يمكن معلمة نقطة متحركة G من جسم صلب ، في معلم متعامد ممنظم

$\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مرتبط بالجسم المرجعي في كل لحظة ، **بمتجه الموضع $\vec{OG}$**

بحيث : $\vec{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ و $\|\vec{OG}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

مع x و y و z إحداثيات موضع G في المعلم $\mathcal{R}$.

وللتبسيط نعلم موضع النقطة G في كل لحظة نستعمل :

1-2-1-1 الأفصول الزاوي :

نعتبر المحور Ox اتجاهها مرجعيا .

نسمي **الأفصول الزاوي** للنقطة المتحركة G في لحظة t

الزاوية $\theta(t) = (\vec{Ox}, \vec{OG})$ وهو مقدار جبري .

وحدة قياسه في (ن ع) هي **الراديان rad** .

1-2-2-1 الأفصول المنحني :

نعتبر النقطة A (نقطة تقاطع المحور Ox والمسار) أصلا

للأفصول المنحنية .

نسمي **الأفصول المنحني** للنقطة المتحركة G في لحظة t

طول القوس المحصور بين A و G حيث $s(t) = \widehat{AG}$

وهو مقدار جبري . وحدة قياسه في (ن ع) هي **المتر m** .

1-2-3-1 العلاقة بين الأفصول الزاوي و الأفصول المنحني :

العلاقة التي تربط بين الأفصول الزاوي و الأفصول المنحني هي $s(t) = r.\theta(t)$ حيث r هو شعاع المسار الدائري للنقطة المتحركة G .

2- السرعة الزاوية :

1-2-1-1 نشاط :

نعتبر المجموعة المكونة من { حامل ذاتي + مفجر جانبي } جسما صلبا يمكنه الدوران

حول محور ثابت (Δ) ينتمي للقطعة المعدنية ويمر من مركز تماثلها .

نعمل على أن يكون المفجران المركزي A والجانب B والمحور (Δ) على استقامة واحدة .

نرسل الجسم الصلب ونسجل حركة النقطتين A و B أثناء مدد

زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$ كما هو مبين في الشكل جانبه .

أ- حدد طبيعة حركة النقط A و B .

لدينا $OA_0 = OA_1 = OA_2 = \dots = 6cm = Cte$

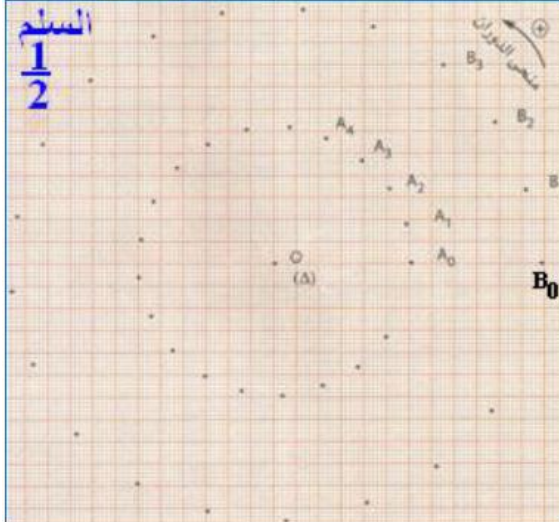
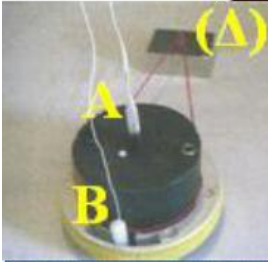
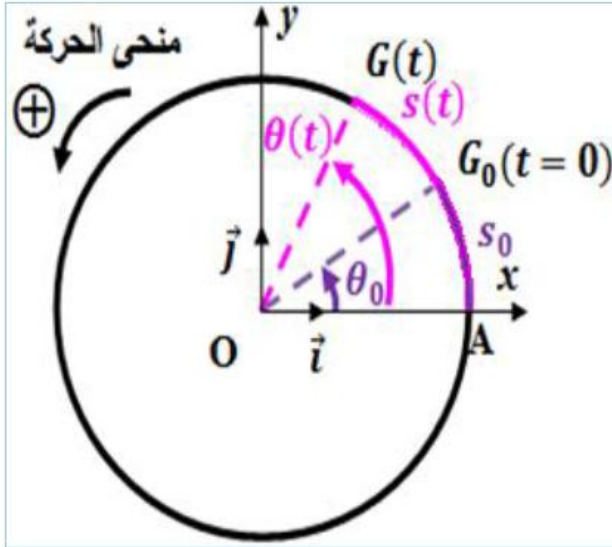
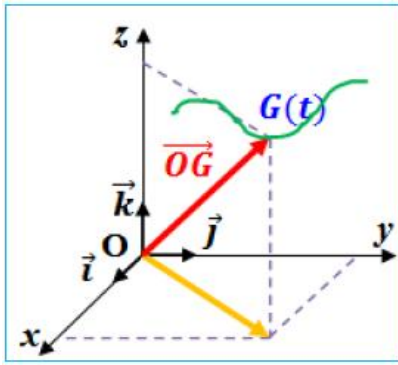
أي النقط A_i تبعد بنفس المسافة عن النقطة O (أي تنتمي لقوس

دائري) إذن النقطة A في حركة دائرية مركزها O .

ولدينا $OB_0 = OB_1 = OB_2 = \dots = 12cm = Cte$

أي النقط B_i تبعد بنفس المسافة عن النقطة O (أي تنتمي لقوس

دائري) إذن النقطة B في حركة دائرية مركزها O .



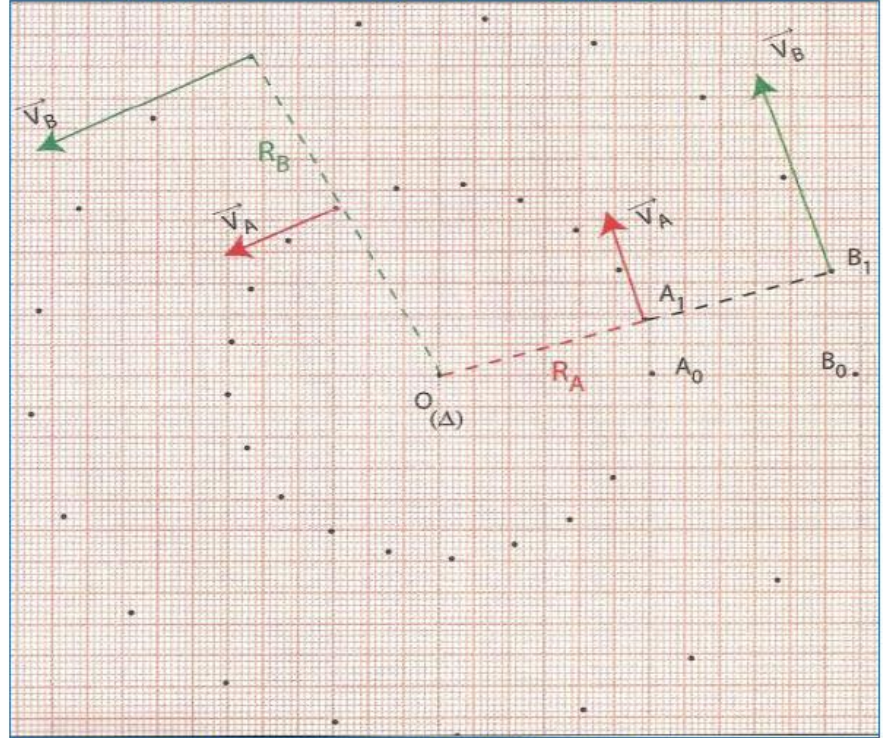
ب- قارن المسافات المقطوعة من طرف كل نقطة خلال نفس المدة الزمنية τ . ماذا تستنتج ؟
 لدينا $A_0A_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = 1,8cm = Cte$ أي النقطة A تقطع نفس المسافة خلال نفس المدة الزمنية τ وبالتالي $V_A = Cte$.
 لدينا $B_0B_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = \dots = 3,4cm = Cte$ أي النقطة B تقطع نفس المسافة خلال نفس المدة الزمنية τ وبالتالي $V_B = Cte$.

ج- مثل بنفس السلم المتجهين $\vec{V}_B$ و $\vec{V}_A$. ماذا تستنتج ؟

$$V_A = \frac{A_{i-1}A_{i+1}}{2\tau} \approx \frac{A_{i-1}A_{i+1}}{2\tau} = \frac{2 \times 1,8 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 0,45 m.s^{-1}$$

$$V_B = \frac{B_{i-1}B_{i+1}}{2\tau} \approx \frac{B_{i-1}B_{i+1}}{2\tau} = \frac{2 \times 3,4 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 0,85 m.s^{-1}$$

نمثل المتجهين $\vec{V}_B$ و $\vec{V}_A$ بالسلم $0,45 m.s^{-1} \leftrightarrow 2cm$ فنجد



لدينا $V_A < V_B$ فنستنتج أننا كلما ابتعدنا عن محور الدوران تزايدت السرعة الخطية .

د- بواسطة منقلة ، قس الزاويتين $\Delta\theta_A$ و $\Delta\theta_B$ المكسحتين من طرف النقطتين A و B خلال المدة الزمنية $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1} = 2\tau$. ماذا تستنتج ؟

$$\Delta\theta_B = 34^\circ = 0,6 rad \text{ و } \Delta\theta_A = 34^\circ = 0,6 rad$$

لدينا $\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$ فنستنتج أنه خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = 80ms$ تدور النقطتان A و B بنفس الزاوية $\Delta\theta = 34^\circ = 0,6 rad$.

هـ- نعرف السرعة الزاوية ω_i بالعلاقة $\omega_i = \frac{\Delta\theta}{t_{i+1} - t_{i-1}}$. احسب السرعة الزاوية ω_B و ω_A في مواضع مختلفة . ماذا تستنتج ؟

$$\omega_B = \frac{0,6}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 7,5 rad.s^{-1} \text{ و } \omega_A = \frac{0,6}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 7,5 rad.s^{-1}$$

نلاحظ أن $\omega_A = \omega_B$ وبالتالي نستنتج أن جميع نقط جسم صلب في دوران حول محور ثابت تدور بنفس السرعة الزاوية ω مع مرور الزمن .

و- حدد طبيعة حركة الجسم الصلب .

الجسم الصلب في دوران بسرعة زاوية ثابتة مع مرور الزمن ، إذن فهو في حركة دوران منتظم .

مميزات متجهة السرعة الخطية $\vec{V}_{G_i}$

نقطة التأثير : النقطة G مركز قصور

المتحرك عند اللحظة t_i .

خط التأثير : المماس للمسار في

النقطة G .

المنحى : منحى الحركة .

المنظم : عمليا نحدده بـ

$$V_{G_i} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

ز- عين قيمة الشعاع R_A و R_B ثم احسب المقدار $R_A \cdot \omega_{A_i}$ و $R_B \cdot \omega_{B_i}$ وقارنه مع السرعة اللحظية V_{A_i} و V_{B_i} . ماذا تستنتج ؟

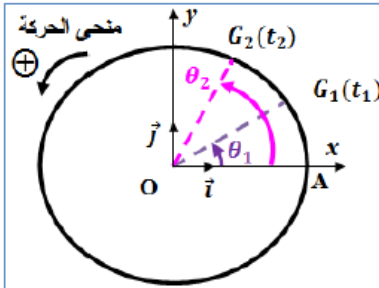
لدينا $R_A = OA = 6 \cdot 10^{-2} m$ و $R_B = OB = 12 \cdot 10^{-2} m$
 إذن $R_A \cdot \omega_{A_i} = R_A \cdot \omega_A = 6 \cdot 10^{-2} \times 7,5 = 0,45 m \cdot s^{-1}$ و $V_A = 0,45 m \cdot s^{-1}$

فلاحظ أن $V_A = R_A \cdot \omega_A$

كذلك $R_B \cdot \omega_{B_i} = R_B \cdot \omega_B = 12 \cdot 10^{-2} \times 7,5 = 0,9 m \cdot s^{-1}$ و $V_B = 0,85 m \cdot s^{-1}$

فلاحظ أن $V_B = R_B \cdot \omega_B$

وبالتالي أثناء دوران الجسم الصلب ، تتحقق في كل لحظة ، العلاقة $V = R \cdot \omega$.
2-2- السرعة الزاوية المتوسطة :

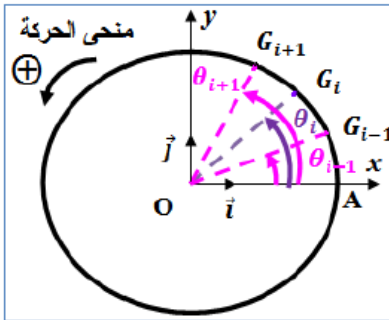


السرعة الزاوية المتوسطة ω_{moy} للنقطة G بين اللحظتين t_1 و t_2 هي :

$$\omega_{moy} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

وحدتها في (ن ع) هي الراديان على الثانية $rad \cdot s^{-1}$.

2-3- السرعة الزاوية اللحظية :



السرعة الزاوية اللحظية ω_i هي خارج قسمة الزاوية التي تكسها متجهة

$$\omega_i = \frac{\delta \theta}{\delta t} = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

الموضع على وحدة الزمن :
 وحدتها في (ن ع) هي الراديان على الثانية $rad \cdot s^{-1}$.

2-4- العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية :

$$V_i = \frac{\widehat{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\widehat{AG_{i+1}} - \widehat{AG_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{s_{i+1} - s_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{R \cdot \theta_{i+1} - R \cdot \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = R \cdot \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

$$V_i = R \cdot \omega_i \quad \text{إذن}$$

ملحوظة :

أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت تكون لجميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية ω بينما تتزايد السرعة الخطية V كلما ابتعدنا عن محور الدوران .

3- حركة الدوران المنتظم :

3-1- تعريف :

تكون حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت منتظمة إذا بقيت السرعة

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = Cte \quad \text{لهذا الجسم ثابتة مع مرور الزمن .}$$

2-3- خاصيات الدوران المنتظم :

الدور هو المدة الزمنية اللازمة لكي تنجز نقطة من جسم صلب في حركة دوران منتظم دورة كاملة . $T = \frac{2\pi}{\omega} \leftarrow (s)$
التردد هو عدد الدورات التي تنجزها نقطة من جسم صلب في حركة دوران منتظم في الثانية . $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \leftarrow (Hz)$

الحالة	قيمة (Hz)
ذراع مروحة	5
أسطوانة آلة الغسيل	13,3
قرص مدمج	6,67
حركة الأرض حول محور قطبيها	$1,16.10^{-5}$

3-3- المعادلة الزمنية للحركة :

المعادلة الزمنية لحركة نقطة من جسم صلب في دوران منتظم حول محور ثابت هي $\theta(t) = \omega.t + \theta_0$ حيث θ_0 الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ $t_0 = 0$.
المعادلة الزمنية لحركة نقطة من جسم صلب في دوران منتظم حول محور ثابت هي $s(t) = V.t + s_0$ حيث s_0 الأفصول المنحني عند أصل التواريخ $t_0 = 0$.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \text{ لدينا}$$

$$\text{و باعتبار } \Delta t = t - t_0 \text{ مع } t_0 = 0$$

$$\text{و باعتبار } \Delta\theta = \theta(t) - \theta_0 \text{ فإن}$$

$$\omega = \frac{\theta(t) - \theta_0}{t}$$

وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي

$$\theta(t) = \omega.t + \theta_0$$