

1- أ- لنبين A و B و C غير مستقيمية

لدينا :  $\overrightarrow{AB}(2,0,2)$

و  $\overrightarrow{AC}(-1,1,0)$

وبما أن  $\frac{2}{-1} \neq \frac{0}{1}$

فإن المتجهين  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$  غير مستقيمتين .

إذن A و B و C نقط غير مستقيمية .

ب - معادلة ديكارتية للمستوى ( ABC )

لتكن  $M(x,y,z)$  نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (ABC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ y & 0 & 1 \\ z-1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - y \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (z-1) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x - 2y + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$$

معادلة ديكارتية إذن للمستوى ( ABC ) هي بالفعل  $x + y - z + 1 = 0$

ملحوظة :

يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن مثلث إحداثيات كل من النقط A و B و C غير المستقيمية تحقق المعادلة المقترحة

$$x + y - z + 1 = 0$$

2- معادلة ديكارتية للمستوى (Q)

لتكن  $M(z,y,z)$  نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (Q) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - 5y + 2z - 2 = 0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (Q) هي:

$$3x + 5y - 2z + 2 = 0$$

3- أ- تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من النقطة  $E(2,0,4)$  وموجه بالمتجهة  $\vec{w}(4,-2,1)$  إذن تمثيل بارامترى له هو:

$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- إحداثيات N

لدينا :  $(ABC) : x + y - z + 1 = 0$

$$(Δ) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ و}$$

والمعادلة :  $(2 + 4t) - 2t - (4 + t) + 1 = 0$  تكافئ  $t = 1$

إذن مثلث إحداثيات N نقطة تقاطع (ABC) و (Δ) هو  $(6,-2,5)$

ج- لنبين أن  $(\Delta) \subset (Q)$

لدينا :  $(Q): 3x + 5y - 2z + 2 = 0$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ و}$$

والمعادلة :  $3(2 + 4t) + 5(-2t) - 2(4 + t) + 2 = 0$

$$12t - 10t - 2t + 6 - 8 + 2 = 0$$

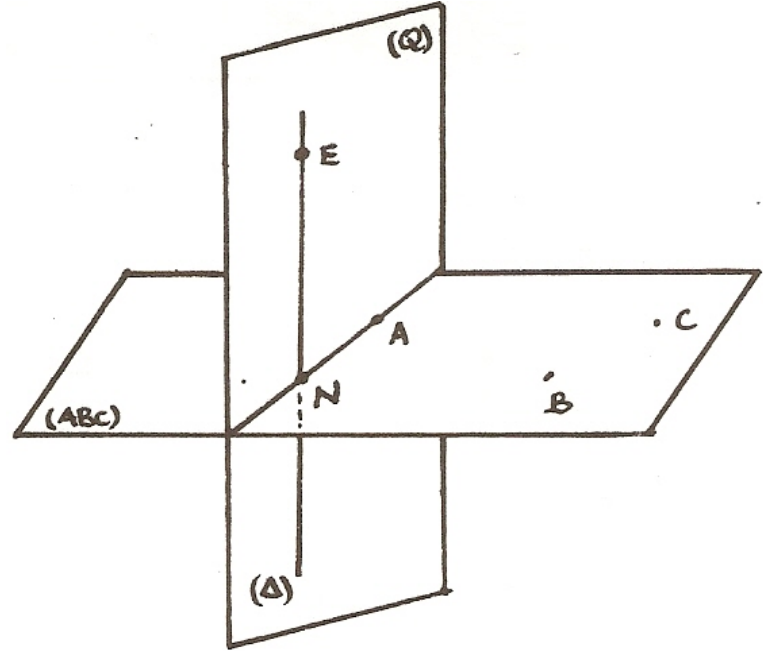
أي  $0=0$

إذن جميع نقط المستقيم  $(\Delta)$  تنتمي إلى المستوى  $(Q)$

وهذا يعني أن  $(\Delta) \subset (Q)$

ملحوظة : يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن النقطتين E و N المنتميتين إلى  $(\Delta)$  تنتميان إلى  $(Q)$ .

4- استنتاج تقاطع  $(ABC)$  و  $(Q)$



لدينا :  $(ABC): x + y - z + 1 = 0$

و  $(Q): 3x + 5y - 2z + 2 = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{و بما أن :}$$

فإن  $(Q)$  و  $(ABC)$  متقاطعان وفق مستقيم

لدينا :  $A \in (Q)$  و  $A \in (ABC)$

ولدينا :  $\{N\} = (\Delta) \cap (ABC)$  لأن  $N \in (ABC)$

و  $N \in (Q)$  لأن  $N \in (\Delta)$  و  $(\Delta) \subset (Q)$

إذن  $(ABC) \cap (Q) = (AN)$