

1 - أ - لندين A و B و C غير مستقيمية

لدينا : $\overrightarrow{AB}(2,0,2)$

و $\overrightarrow{AC}(-1,1,0)$

$$\frac{2}{-1} \neq \frac{0}{1}$$

وبما أن

فإن المتجهتين \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB} غير مستقيمتين .

إذن A و B و C نقط غير مستقيمية .

ب - معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

لتكن M(x,y,z) نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (ABC) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ y & 0 & 1 \\ z-1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - y \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (z-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x - 2y + 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$$

معادلة ديكارتية إذن للمستوى (ABC) هي بالفعل

ملحوظة :

يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن مثلث إحداثيات كل من النقط A و B و C غير المستقيمية تحقق المعادلة المقترنة $x + y - z + 1 = 0$.

2 - معادلة ديكارتية للمستوى (Q)

لتكن M(x,y,z) نقطة من الفضاء، لدينا :

$$M \in (Q) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \vec{u}, \vec{v}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - 5y + 2z - 2 = 0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (Q) هي :

$$3x + 5y - 2z + 2 = 0$$

3-أ- تمثيل بaramtri للمستقيم (Δ)

المستقيم (Δ) يمر من النقطة E(2,0,4) و موجه بالتجهيز $\vec{w}(4,-2,1)$ إذن تمثيل بaramtri له هو :

$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

ب- إحداثيات N

لدينا : $x + y - z + 1 = 0$

$$(Δ) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$(Δ) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

والمعادلة : $t = 0$ تكافئ $2 + 4t = -2t = 4 + t = 1$

إذن مثلث إحداثيات N نقطة تقاطع (ABC) و (Δ) هو (6,-2,5)

ج- لنبين أن $(\Delta) \subset (Q)$
 لدينا : $3x + 5y - 2z + 2 = 0$

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\text{والمعادلة : } 3(2 + 4t) + 5(-2t) - 2(4 + t) + 2 = 0$$

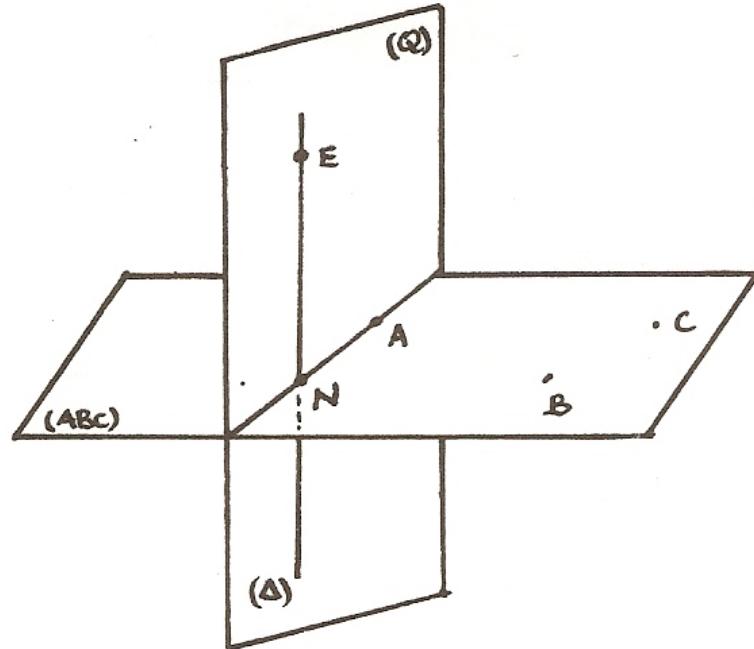
$$\text{تکافی } 12t - 10t - 2t + 6 - 8 + 2 = 0 \quad 0=0$$

إذن جميع نقط المستقيم (Δ) تنتهي إلى المستوى (Q)

وهذا يعني أن $(\Delta) \subset (Q)$

ملحوظة : يمكن الإجابة على السؤال بإثبات أن النقطتين E و N المنتسبتين إلى (Δ) تنتهيان إلى (Q) .

4- استنتاج تقاطع (ABC) و (Q)



$$\text{لدينا : } (ABC) : x + y - z + 1 = 0$$

$$\text{و } (Q) : 3x + 5y - 2z + 2 = 0$$

$$\left| \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{array} \right| \neq 0 \quad \text{و بما أن :}$$

فإن (ABC) و (Q) متتقاطعان وفق مستقيم
لدينا : $A \in (ABC)$ و $A \in (Q)$

ولدينا : $\{N\} = (\Delta) \cap (ABC)$ لأن $N \in (ABC)$

و $(\Delta) \subset (Q)$ لأن $N \in (\Delta)$ و $N \in (Q)$

إذن $(ABC) \cap (Q) = (AN)$