

الأستاذ:
نجيب
عثمانى

تمارين محلولة: متجهات الفضاء

المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

(3) وجدنا $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ يعني $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BD}$

(2) وجدنا $\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ يعني $\overrightarrow{PQ} = -3\overrightarrow{BD}$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ أي $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$

ومنه المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ مستقيمتان .

(4) وجدنا $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{PQ}$ إذن المستقيمان (MN) و (PQ)

متوازيان

تمرين 4: ليكن $ABCD$ رباعي الأوجه و M نقطة من الفضاء بحيث :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

1. أكتب المتجهة $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

2. استنتج أن النقطة M تنتمي إلى المستوى (ABC)

3. استنتج أن المتجهات $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EC}$ مستوائية .

أجوبة (1):

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 1 \times \overrightarrow{AC}$$

$$(2) \text{ وجدنا } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 1 \times \overrightarrow{AC}$$

ومنه النقطة M تنتمي إلى المستوى (ABC)

$$(3) \text{ وجدنا } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 1 \times \overrightarrow{AC} \text{ ومنه المتجهات } \overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{AC} \text{ مستوائية}$$

تمرين 1: ليكن A و B و C و D أربع نقط غير مستقيمية بين أنه اذا كان : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ لكل M من الفضاء فان : $ABCD$ متوازي الأضلاع.

الجواب : يكفي أن نبين مثلا أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ؟؟؟ لدينا :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \text{ يعني } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

$$\text{يعني } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ يعني } \overrightarrow{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

تمرين 2: نضع : $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MD}$ لكل M من الفضاء

بين أن : المتجهة $\vec{u}$ غير مرتبطة بالنقطة M

الجواب : $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{AD}$

يعني

$$\vec{u} = -2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AD} \text{ ومنه المتجهة } \vec{u} \text{ غير مرتبطة بالنقطة } M$$

تمرين 3: ليكن $ABCD$ رباعي الأوجه

نعتبر النقط M و N و P و Q أربع نقط بحيث :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AD} \text{ و } \overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{CD} \text{ و } \overrightarrow{CQ} = 3\overrightarrow{CB}$$

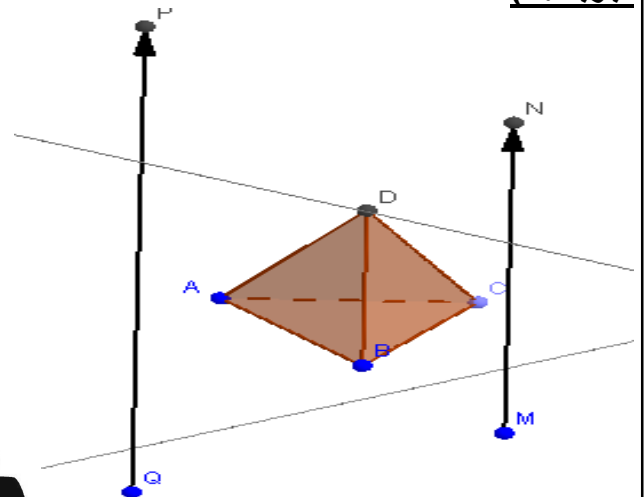
1. أنشئ الشكل .

2. أكتب كلا من المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ بدلالة $\overrightarrow{BD}$

3. استنتج أن المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{PQ}$ مستقيمتان .

4. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (MN) و (PQ) ؟

أجوبة (1): الشكل



$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AD} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CQ} = -\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{CQ} = -3\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{CB} = -3(\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB})$$

$$\overrightarrow{PQ} = -3(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}) = -3(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = -3\overrightarrow{BD}$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement
aux calculs et exercices que l'on
devient un mathématicien

