

التمرين الأول

تكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب نهايات الدالة f عند محددات D_f

ب-- أدرس الفرع اللانهائي ل C_f بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي ل C_f و المقارب المائل

(3) أ-- بين أن $(\forall x \in D_f) \quad f'(x) = 1 + 3 \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن $(\forall x \in D_f) \quad f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$ ثم أدرس تقعر المنحنى C_f

(5) أرسم المنحنى C_f

(6) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة

$$x^2(|x| - m) - 4|x| + m = 0$$

التمرين الثاني

تكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 1}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

(2) بين أن C_f يقبل مقارب مائل (Δ) محددًا معادلته

(3) أدرس الوضع النسبي ل C_f و المقارب المائل (Δ)

(4) بين أن $f'(x) = \frac{x(x-1)(x^2 + x + 4)}{(x^2 + 1)^2}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(5) أنشئ المنحنى C_f

(6) حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $x^3 - mx^2 + 2 - m = 0$

التمرين الثالث

تكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x - 3}$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و أحسب نهايات الدالة f عند محددات D_f

(2) استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

(3) أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى C_f

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها

(2) أ-- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$

ب-- ضع جدول تغيرات الدالة f

(3) أرسم المنحنى C_f

التمرين الخامس

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x) = 3(x-1) + \frac{1}{(x-1)^3}$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$

(2) أ-- بين أن f قابلة للاشتقاق على D_f وأن : $f'(x) = \frac{3(x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 2)}{(x-1)^4}$

ب-- استنتج تغيرات الدالة f على $]1, +\infty[$

(3) بين أن النقطة $A(1, 0)$ مركز تماثل ل C_f

(4) بين أن C_f يقبل مجوار $+\infty$ مقارب مائل محددًا معادلته

(5) أنشئ المنحنى C_f

(6) حل مبيانًا المتراجحة $f(x) - 3x + 2 \geq 0$

التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ-- بين أن $f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 2x + 3)}{(x^2 - x + 1)^2}$ ($\forall x \in D_f$)

ب-- استنتج تغيرات الدالة f

(3) أ-- تحقق أن $f(x) = x + 1 - \frac{1}{x^2 - x + 1}$ ($\forall x \in D_f$)

ب-- استنتج أن للمنحنى C_f مقارب مائل محددًا معادلته

ج-- أدرس الوضع النسبي ل C_f و المقارب المائل

(4) أ-- بين أن $f''(x) = \frac{-6x(x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$ ($\forall x \in D_f$)

ب-- أدرس تقع المنحنى C_f محددًا احداثيات نقطتي الانعطاف

(5) أ-- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى C_f في النقطة $a = 1$

ب-- أرسم المنحنى C_f

التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = x \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^2$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f

(2) أ-- حدد العددين a ; b بحيث : $f(x) = ax + b - \frac{x-2}{(x-1)^2}$

ب-- أدرس الفرع اللانهائي ل C_f لجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي ل C_f و المقارب المائل

(3) أ-- $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2-x+2)}{(x-1)^3}$ $(\forall x \in D_E)$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة f

ج-- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى C_f في النقطة -2

(4) بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف محددًا إحداثياتها

(5) أنشئ المنحنى C_f

التمرين الثامن

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{1\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1} & : x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x^2+x-1}{x-1} & : x > 0 ; x \neq 1 \end{cases}$$

(1) أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 0

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

(3) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف على $]-\infty, 0[$ محددًا إحداثياتها

(5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين التاسع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}} & : x \leq 0 \\ f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x+3} & : x > 0 \end{cases}$$

(1) أ-- بين أن f تقبل نهاية في 0

ب-- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 0

(2) أ-- أحسب نهايات f

ب-- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

(3) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى (C_f)