

الأستاذ:
نجيب
عثماني

تمارين محلولة: الدوران
المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

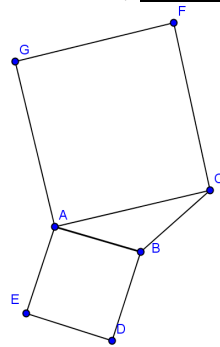
أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 3: ABC مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$ موجب .

ننشئ خارج المثلث ABC المربعين $ABDE$ و $ACFG$ نعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاوية $\frac{\pi}{2}$

(1) حدد $r(E)$ و $r(C)$ بين أن : $(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$

أجوبة: (1)



لدينا : $\begin{cases} AE = AB \\ (\overline{AE}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه : $r(E) = B$ ①

لدينا : $\begin{cases} AC = AG \\ (\overline{AC}, \overline{AG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه : $r(C) = G$ ②

ولدينا : ③ $r(A) = A$ لأن A مركز الدوران r

(2) من ① و ② و ③ وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا فان : $(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$

تمرين 4: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $(\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

و I و J نقطتان من المستوى بحيث : $\overline{AI} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ و $\overline{BJ} = \frac{1}{4} \overline{BC}$

وليكن r الدوران الذي مركزه O وزاوية $\frac{\pi}{2}$

بين أن : $OI = OJ$ وأن : $(OI) \perp (OJ)$

الجواب :

يكفي أن نبين أن : $r(I) = J$ ؟؟؟؟

نضع : $r(I) = I'$

لدينا : $\begin{cases} OA = OB \\ (\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه : $r(A) = B$

ولدينا : $\overline{AI} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ اذن : $\overline{BI} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ ① لأن الدوران : الحفاظ على

معامل استقامية متجهتين

تمرين 1: ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A بحيث :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

وليكن O منتصف القطعة $[BC]$

1. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r' الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

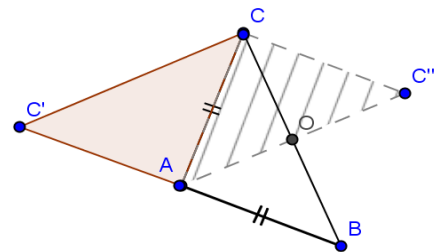
أجوبة: (1) لأن $r(A) = A$ لأن A مركز الدوران r :

$$\begin{cases} AB = AC \\ (\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \text{ لأن } r(B) = C \text{ و } r(C) = B$$

ومن صورته المثلث ABC بالدوران r هو المثلث : ACC'

(1) $r'(A) = C$ و $r'(B) = A$ و $r'(C) = C''$

ومن صورته المثلث ABC بالدوران r هو المثلث : ACC''



تمرين 2: ABC مثلثا ننشئ خارجيه مثلثين ABD و ACE متساويي

الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن : $BE = CD$

2. بين أن : $(BE) \perp (CD)$

أجوبة: (1)

نعتبر الدوران r الذي مركزه

A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

لدينا : $\begin{cases} AD = AB \\ (\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه :

① $r(D) = B$:

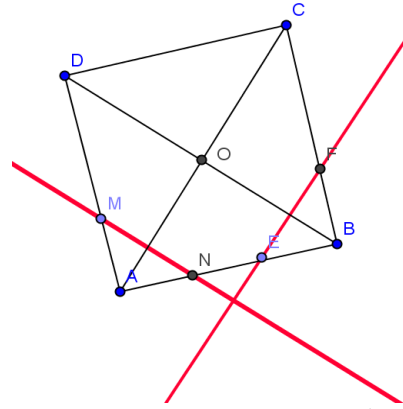
ولدينا : $\begin{cases} AC = AE \\ (\overline{AC}, \overline{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ومنه : ② $r(C) = E$

من ① و ② وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان : $BE = CD$

(2) لدينا : ① $r(D) = B$ و ② $r(C) = E$ اذن :

$(\overline{CD}, \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$ وهذا يعني أن : $(BE) \perp (CD)$



لدينا : ① $r(M) = E$ و ② $r(N) = F$ نستنتج أن :

$$(EF) \perp (MN) \text{ أي أن : } (\overline{MN}, \overline{EF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

(2) صورة المستقيم (BD) بالدوران r ؟؟؟

لدينا : $\text{اذن : } \begin{cases} OB = OC \\ (\overline{OB}, \overline{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ① $r(B) = C$

ولدينا : $\text{اذن : } \begin{cases} OD = OA \\ (\overline{OD}, \overline{OA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ② $r(D) = A$

من ① و ② نستنتج أن : $r((BD)) = (AC)$

(3) أ $DN = FA$ ؟؟؟

ولدينا : ① $r(D) = A$ و ② $r(N) = F$

اذن : $DN = FA$ لأن : الدوران يحافظ على المسافة
(ب) نبين أن : $(EF) \parallel (AC)$:

لدينا : $(MN) \parallel (BD)$ حسب المعطيات و لدينا :

$$r((MN)) = (EF) \text{ و } r((BD)) = (AC)$$

وبما أن : الدوران يحافظ على التوازي فان : $(EF) \parallel (AC)$

تمارين للبحث

تمرين 1: $ABCD$ مربع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r الذي مركزه A و $r(D) = B$

2. حدد زاوية الدوران r' الذي مركزه C و $r'(D) = B$

تمرين 2: ABC مثلث متساوي الأضلاع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r_1 الذي مركزه B و يحول A إلى C

2. حدد مركز و زاوية الدوران r_2 الذي يحول A إلى B و B إلى C .

تمرين 3: $ADEF$ مربع بحيث : $(\overline{AD}, \overline{AF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

ننشئ خارجه المثلث CED متساوي الأضلاع و داخله المثلث BEF متساوي الأضلاع

1. نعتبر الدوران r الذي مركزه E و زاوية $\frac{\pi}{3}$

بين أن : $r(D) = C$ و $r(F) = B$

2. لتكن النقطة A_1 بحيث : $r(A_1) = A$

(a) بين أن المثلث AEA_1 متساوي الأضلاع

(b) بين أن النقط : A_1 و D و F مستقيمة

(c) استنتج أن النقط : A و B و C مستقيمة

ونعلم أن : $\overline{BJ} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ ②

من ① و ② نستنتج أن : $\overline{BI'} = \overline{BJ}$ أي $I' = J$ أي $I = J$

وبالتالي : $\begin{cases} OI = OJ \\ (\overline{OI}, \overline{OJ}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

تمرين 5: ABC مثلث قائم الزاوية A ومتساوي الساقين فبحيث :
 O منتصف القطعة $[BC]$ و $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

وليكن D بحيث : $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ وليكن E بحيث : $\overline{CE} = \frac{2}{3} \overline{CA}$

باعتبار الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ بين أن المثلث ODE

قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O

الجواب :

يكفي أن نبين أن : $r(E) = D$ ؟؟؟؟

نضع : $r(E) = E'$

لدينا : $\begin{cases} OA = OC \\ (\overline{OC}, \overline{OA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه :

① $r(C) = A$

ولدينا : $\begin{cases} OA = OB \\ (\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه :

② $r(A) = B$

ولدينا : $\overline{CE} = \frac{2}{3} \overline{CA}$ ③ اذن من ① و ② و ③ نجد أن

$\overline{AE'} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ ④ لأن الدوران : يحافظ على معامل استقامية متجهتين

ونعلم أن : $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ ⑤

من ④ و ⑤ نستنتج أن : $\overline{AE'} = \overline{AD}$ أي $E' = D$ أي $r(E) = D$

وبالتالي : $\begin{cases} OE = OD \\ (\overline{OE}, \overline{OD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ يعني ان : أن المثلث ODE قائم الزاوية

ومتساوي الساقين في O

تمرين 6: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $(\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

و (D) مستقيم يوازي المستقيم (BD) و يقطع (AD) في M و (AB) في N

وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

نعتبر النقطتين E و F صورتين النقطتين M و N بالدوران r على التوالي.

1. أرسم الشكل و بين أن : $(EF) \perp (MN)$

2. حدد صورة المستقيم (BD) بالدوران r

3. أبين أن : $DN = FA$ (ب) بين أن : $(EF) \parallel (AC)$

الأجوبة : (1)

انظر الشكل جانبه