هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تحليلية الجذاء السلمي
حلـــول

تمرين 1

$A(-1,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-4,4)$ و $D(1,1)$ و $E(-4,-2)$

1

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{AD}(x_D-x_A;y_D-y_A)$

$\overrightarrow{AB}(0\ ;\ 2)$ و $\overrightarrow{AD}(2\ ;\ 0)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0\times 2+0\times 2=0+0=0}$

نستنتج إذن أن: $\boxed{(AB)\perp(AD)}$

و أيضا : $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B;y_C-y_B)$ و $\overrightarrow{DE}(x_E-x_D;y_E-y_D)$

$\overrightarrow{BC}(-3\ ;\ 1)$ و $\overrightarrow{DE}(-5\ ;\ -3)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE}=(-3)\times(-5)+1\times(-3)=15+(-3)=12}$

2

لدينا $\overrightarrow{BE}(x_E-x_B;y_E-y_B)$ و $\overrightarrow{CD}(x_D-x_C;y_D-y_C)$

$\overrightarrow{BE}(-3\ ;\ -5)$ و $\overrightarrow{CD}(5\ ;\ -3)$

منه : $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CD}=-3\times 5+(-5)\times(-3)=-15+15=0$ بالتالي : $\boxed{(BE)\perp(CD)}$

3

لدينا M منتصف $[DE]$ إذن : $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_D+x_E}{2}=\dfrac{-3}{2} \\ y_M=\dfrac{y_D+y_E}{2}=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$

إذن : $\overrightarrow{AM}(x_M-x_A;y_M-y_A)$ و $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B;y_C-y_B)$

$\overrightarrow{AM}\left(\dfrac{-1}{2}\ ;\ \dfrac{-3}{2}\right)$ و $\overrightarrow{BC}(-3\ ;\ 1)$

منه : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM}=-3\times\left(\dfrac{-1}{2}\right)+1\times\left(\dfrac{-3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}=0$ بالتالي: $\boxed{(AM)\perp(BC)}$

لإثبات تعامد نبرهن أن الجذاء السلمي منعدم.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 2

$A(1\ ;\ 1)$ و $B(1\ ;\ 3)$ و $C(-1\ ;\ 1)$ و $D(0\ ;\ 1+\sqrt{3})$

1

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\ ;\ y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\ ;\ y_C-y_A)$

$\overrightarrow{AB}(\ 0\ ;\ 2\ )$ و $\overrightarrow{AC}(\ -2\ ;\ 0\ )$

منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\times(-2)+0\times 2=0+0=0}$

نستنتج إذن أن: $\boxed{(AB)\perp(AC)}$ بالتالي ABC مثلث قائم الزاوية في A

2

أ

لدينا $\overrightarrow{CA}(\ 2\ ;\ 0\ )$ و $\overrightarrow{CB}(x_B-x_C\ ;\ y_B-y_C)$ و $\overrightarrow{CD}(x_D-x_C\ ;\ y_D-y_C)$

$\overrightarrow{CB}(\ 2\ ;\ 2\ )$ و $\overrightarrow{CD}(\ 1\ ;\ \sqrt{3}\ )$

إذن: $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\sqrt{2^2+0^2}=\sqrt{4}=2$ و $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

و $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$

ب

$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=2\times 2+0\times 2=4$ و $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=2\times 1+0\times\sqrt{3}=2$

ج

$\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\det\left(\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}\right)}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2&0\\2&2\end{vmatrix}}{2\times 2\sqrt{2}}=\dfrac{4-0}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\dfrac{4}{2\times 2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\det\left(\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2&0\\1&\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\times 2}=\dfrac{2\sqrt{3}-0}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{2}{2\times 2}=\dfrac{1}{2}$

د

بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\dfrac{\pi}{4}\ [2\pi]$

و بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{1}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$

3

لدينا : $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=-\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{-\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{12}\ [2\pi]$

4

$Cos\dfrac{\pi}{12}=Cos\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{2\times 1+2\times\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\times 2}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

$Sin\dfrac{\pi}{12}=Sin\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\det\left(\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2&2\\1&\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\sqrt{2}\times 2}=\dfrac{2\sqrt{3}-2}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)\times\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

ملاحظة : يمكن تحديد قياس زاوية و ذلك بحساب جيبها و جيب تمامها.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 3

$A(2,2)$ و $B(-1,1)$ و $C(0,-1)$

2

أ لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من B و العمودي على (AC).

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{BM}(x+1\ ;\ y-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$$M\in(\Delta)\Leftrightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -2(x+1)-3(y-1)=0\Leftrightarrow -2x-2-3y+3=0\Leftrightarrow -2x-3y+1=0$$

بالتالي : $\boxed{(\Delta):\ -2x-3y+1=0}$ أو أيضا : $\boxed{(\Delta):\ 2x+3y-1=0}$

ب لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{AM}(x-2\ ;\ y-2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$$M\in(AC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC}\right)=0\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-2 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -3(x-2)+2(y-2)=0$$

$$\Leftrightarrow -3x+6+2y-4=0\Leftrightarrow -3x+2y+2=0$$

بالتالي : $\boxed{(AC):\ -3x+2y+2=0}$ أو أيضا : $\boxed{(AC):\ 3x-2y-2=0}$

ج حدد زوج إحداثيتي H نقطة تقاطع (Δ) و (AC)

إذن لنحل النظمة المكونة من معادلتي (Δ) و (AC)، أي : $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=2 \end{cases}$

لدينا المحددة هي: $\Delta=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}=-4-9=-13$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}=-2-6=-8$

و $\Delta_y=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=4-3=1$ ، منه: $x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{8}{13}$ و $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{-1}{13}$ بالتالي: $\boxed{H\left(\dfrac{8}{13}\ ;\ \dfrac{-1}{13}\right)}$

3

لدينا : $\overrightarrow{CA}(\ 2\ ;\ 3\ )$ و $\overrightarrow{CB}(\ -1\ ;\ 2\ )$ إذن: $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$ و $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$$\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\frac{-2+6}{\sqrt{13}\times\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{65}}=\frac{4\sqrt{65}}{65}$$

4

لنحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) واسط القطعة $[AB]$

نعتبر K منتصف $[AB]$ ، إذن : $K\left(\dfrac{2+(-1)}{2}\ ;\ \dfrac{2+1}{2}\right)$ أي : $K\left(\dfrac{1}{2}\ ;\ \dfrac{3}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{AB}(-3\ ;\ -1)$ و $\overrightarrow{KM}\left(x-\dfrac{1}{2}\ ;\ y-\dfrac{3}{2}\right)$

$$M\in(L)\Leftrightarrow \overrightarrow{KM}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -3\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow -3x+\frac{3}{2}-y+\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow -3x-y+3=0$$

بالتالي : $\boxed{(L):3x+y-3=0}$

ملاحظة : لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظمة المكونة من معادلتيهما الديكارتيتين

و لإيجاد معادلة ديكارتية لواسط قطعة نحدد أولا إحداثيتي منتصف هذه القطعة فيكون الواسط مستقيما مارا بهذه النقطة و تكون المتجهة التي طرفاها هما طرفي القطعة منظمية عليه . . .

يستحسن جعل معامل x موجبا في معادلة مستقيم و ذلك بضرب جميع المعاملات في -1

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 4

$A(1,2\sqrt{3})$ و $B(0,\sqrt{3})$ و $C(1,0)$

1 لدينا : $\overrightarrow{BA}(1\ ;\ \sqrt{3})$ و $\overrightarrow{BC}(1\ ;\ -\sqrt{3})$ إذن: $\|\overrightarrow{BA}\|=\sqrt{1+3}=2$ و $\|\overrightarrow{BC}\|=\sqrt{1+3}=2$

بالتالي : ABC متساوي الساقين في النقطة B

2

$$\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BA}\|\|\overrightarrow{BC}\|}=\frac{1-3}{2\times 2}=\frac{-1}{2}$$ و $$\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{BA}\overrightarrow{BC}\right)}{\|\overrightarrow{BA}\|\|\overrightarrow{BC}\|}=\frac{\begin{vmatrix}1 & \sqrt{3}\\ 1 & -\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\times 2}=\frac{-2\sqrt{3}}{4}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

منه: $$\tan\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)}{\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)}=\frac{-\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{-1}=\sqrt{3}$$

3 ليكن (Δ) الارتفاع المنشأ من النقطة B للمثلث ABC

إذن (Δ) يمر من B و عمودي على (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. $\overrightarrow{AC}(0\ ;\ -2\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{BM}(x\ ;\ y-\sqrt{3})$

$$M\in(\Delta)\Leftrightarrow \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow 0\times x-2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right)=0\Leftrightarrow -2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\ y-\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $(\Delta):\ y-\sqrt{3}=0$

4 ليكن E منتصف $[AB]$ ، إذن المتوسط المار من النقطة C للمثلث ABC هو المستقيم (EC)

لنحدد إذن لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (EC)، لدينا : $E\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{CM}(x-1\ ;\ y)$ و $\overrightarrow{EC}\left(\frac{1}{2}\ ;-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$$M\in(EC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{EC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-1 & y\\ \frac{1}{2} & -\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-1)+\frac{1}{2}y=0$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{3}(x-1)+y=0\Leftrightarrow\ -3\sqrt{3}\,x+y-3\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $(EC):\ 3\sqrt{3}\,x-y+3\sqrt{3}=0$

5 لنحدد إحداثيتي G مركز ثقل المثلث ABC ، نعلم أن : $\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=\frac{2}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\sqrt{3}\end{cases}$

منه: $G\left(\frac{2}{3}\ ;\ \sqrt{3}\right)$

ملاحظة : للتذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 4

6 مساحة المثلث ABC هي: $S_{ABC}=\dfrac{\left|\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|}{2}$ و لدينا : $\overrightarrow{AB}\left(-1\,;\,-\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{AC}\left(0\,;\,-2\sqrt{3}\right)$

منه: $\boxed{S_{ABC}=\dfrac{\left|\begin{vmatrix}-1 & -\sqrt{3}\\ 0 & -2\sqrt{3}\end{vmatrix}\right|}{2}=\dfrac{\left|2\sqrt{3}\right|}{2}=\sqrt{3}}$

7 أ

لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC)، لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{CM}(x-1\,;\,y)$ و $\overrightarrow{BC}\left(1\,;\,-\sqrt{3}\right)$

$$M\in(BC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{BC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-1 & y\\ 1 & -\sqrt{3}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow-\sqrt{3}(x-1)-y=0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{3}\,x-y+\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $\boxed{(BC):\ \sqrt{3}\,x+y-\sqrt{3}=0}$

ب

$$\boxed{d\left(A;(BC)\right)=\dfrac{\left|\sqrt{3}x_A+y_A-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}}=\dfrac{\left|\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\right|}{2}=\sqrt{3}}$$

ملاحظة : للتذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

تمرين 5

1 لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{AM}(x+1\,;\,y)$ و $\vec{u}(2\,;\,4)$

$$M\in(D)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(x+1)+4y=0\quad\Leftrightarrow\quad 2x+4y+2=0\ \Leftrightarrow\ x+2y+1=0$$

بالتالي : $\boxed{(D):\ x+2y+1=0}$

2 لدينا $(\Delta):2x=y+4$ منه : $(\Delta):2x-y-4=0$ إذن فالمتجهة : $\vec{v}(2\,;\,-1)$ منظمية على (Δ)

و نعلم أن $\vec{u}(2\,;\,4)$ منظمية على (D)، و بما أن: $\vec{u}.\vec{v}=2\times2-1\times4=4-4=0$ فإن : $\vec{u}\perp\vec{v}$ بالتالي: $\boxed{(D)\perp(\Delta)}$

3 $$d\left(A;(\Delta)\right)=\dfrac{\left|2x_A-y_A-4\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{\left|-2-0-4\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{6}{\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$$

4 بما أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على (Δ)، و بما أن (D) يمر من A و عمودي على (Δ) ، فإن H هي نقطة تقاطع (D) و (Δ) ، لنحل إذن النظمة: $\begin{cases}x+2y+1=0\\ 2x-y-4=0\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x+2y=-1\\ 2x-y=4\end{cases}$

لدينا المحددة هي: $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{vmatrix}=-1-4=-5$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 4 & -1\end{vmatrix}=1-8=-7$

و $\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 2 & 4\end{vmatrix}=4+2=6$ ، منه: $x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{7}{5}$ و $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{-6}{5}$ بالتالي: $\boxed{H\left(\dfrac{7}{5}\,;\,\dfrac{-6}{5}\right)}$

ملاحظة : يستحسن دائما استعمال طريقة المحددة لحل النظمات عوض طريقتي التعويض أو التأليفة الخطية فهي أسرع.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين 5

5

لدينا حسب ما سبق $d(A;(\Delta))=AH$ و لدينا : $\overrightarrow{AH}\left(\frac{12}{5};\frac{-6}{5}\right)$

بالتالي : $d(A;(\Delta))=\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{-6}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{144}{25}+\frac{36}{25}}=\sqrt{\frac{180}{25}}=\frac{\sqrt{36\times5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

ملاحظة : طبعا أسهل طريقة لحساب مسافة عن مستقيم هي الطريقة الأولى، لكن من الجيد التعرف على طرق أخرى.

تمرين 6

$A(1;-2)$ و $B(2,0)$ و $C(-1,-4)$

لنحدد إحداثيتي H مركز تعامد المثلث ABC

نعلم أن H هي نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC .

لنعتبر إذن (D) الإرتفاع المار من A و (Δ) الإرتفاع المار من B ، فتكون H هي نقطة تقاطع (D) و (Δ)

لنحدد أولا معادلتي (D) و (Δ)

لدينا: $\overrightarrow{BC}(-3,-4)$ و $\overrightarrow{AC}(-2,-2)$

$M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{AM}(x-1;\ y+2)$ و $\overrightarrow{BM}(x-2;\ y)$

$M\in(D)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow-3(x-1)-4(y+2)=0\ \Leftrightarrow\ -3x+3-4y-8=0\ \Leftrightarrow\ -3x-4y-5=0$

منه : $\boxed{(D):\ 3x+4y+5=0}$

$M\in(\Delta)\Leftrightarrow\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow-2(x-2)-2y=0\ \Leftrightarrow\ -2x-2y+4=0\ \Leftrightarrow\ -x-y+2=0$

منه : $\boxed{(\Delta):\ x+y-2=0}$

لنحل النظمة: $\begin{cases}3x+4y=-5\\ x+y=2\end{cases}$

لدينا المحددة هي: $\Delta=\begin{vmatrix}3&4\\1&1\end{vmatrix}=3-4=-1$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix}-5&4\\2&1\end{vmatrix}=-5-8=-13$ و $\Delta_y=\begin{vmatrix}3&-5\\1&2\end{vmatrix}=6+5=11$

منه: $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=13$ و $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=-11$ بالتالي: $\boxed{H(13;-11)}$

ملاحظة : سؤال يتطلب استحضار الكثير من القواعد.

للتأكد من صحة الحل يمكنك حساب الجذاءات: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}$.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma