هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	تحليلية الجداء السلمي حلول مقترحة	سلسلة 1

تمرين 1 : $A(-1,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-4,4)$ و $D(1,1)$ و $E(-4,-2)$

1

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{AD}(x_D-x_A;y_D-y_A)$

$\overrightarrow{AB}(0\ ;\ 2)$ و $\overrightarrow{AD}(2\ ;\ 0)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0\times2+0\times2=0+0=0}$

نستنتج إذن أن : $\boxed{(AB)\perp(AD)}$

و أيضا : $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B;y_C-y_B)$ و $\overrightarrow{DE}(x_E-x_D;y_E-y_D)$

$\overrightarrow{BC}(-3\ ;\ 1)$ و $\overrightarrow{DE}(-5\ ;\ -3)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE}=(-3)\times(-5)+1\times(-3)=15+(-3)=12}$

2

لدينا : $\overrightarrow{CD}(x_D-x_C;y_D-y_C)$ و $\overrightarrow{BE}(x_E-x_B;y_E-y_B)$

$\overrightarrow{CD}(5\ ;\ -3)$ و $\overrightarrow{BE}(-3\ ;\ -5)$

منه : $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{CD}=-3\times5+(-5)\times(-3)=-15+15=0$ بالتالي : $\boxed{(BE)\perp(CD)}$

3

لدينا M منتصف $[DE]$ إذن :

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_D+x_E}{2}=\dfrac{-3}{2} \\ y_M=\dfrac{y_D+y_E}{2}=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$$

إذن : $\overrightarrow{AM}(x_M-x_A;y_M-y_A)$ و $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B;y_C-y_B)$

$\overrightarrow{AM}\left(\dfrac{-1}{2}\ ;\ \dfrac{-3}{2}\right)$ و $\overrightarrow{BC}(-3\ ;\ 1)$

منه : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM}=-3\times\left(\dfrac{-1}{2}\right)+1\times\left(\dfrac{-3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}=0$ بالتالي: $\boxed{(AM)\perp(BC)}$

لإثبات التعامد نبرهن أن الجذاء السلمي منعدم.

تمرين 2 : $A(1\ ;\ 1)$ و $B(1\ ;\ 3)$ و $C(-1\ ;\ 1)$ و $D(0\ ;\ 1+\sqrt{3})$

1

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A;y_C-y_A)$

$\overrightarrow{AB}(0\ ;\ 2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ 0)$

منه : $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\times(-2)+0\times2=0+0=0}$

نستنتج إذن أن : $\boxed{(AB)\perp(AC)}$ بالتالي ABC مثلث قائم الزاوية في A

2

أ) لدينا $\overrightarrow{CA}(2\ ;\ 0)$ و $\overrightarrow{CB}(x_B-x_C;y_B-y_C)$ و $\overrightarrow{CD}(x_D-x_C;y_D-y_C)$

$\overrightarrow{CB}(2\ ;\ 2)$ و $\overrightarrow{CD}(1\ ;\ \sqrt{3})$

إذن: $\|\overrightarrow{CA}\|=\sqrt{2^2+0^2}=\sqrt{4}=2$ و $\|\overrightarrow{CB}\|=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

و $\|\overrightarrow{CD}\|=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$

ب) $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=2\times2+0\times2=4$ و $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=2\times1+0\times\sqrt{3}=2$

3

أ) $\cos(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\dfrac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}}{\|\overrightarrow{CA}\|\|\overrightarrow{CB}\|}=\dfrac{4}{2\times2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\dfrac{\det(\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB})}{\|\overrightarrow{CA}\|\|\overrightarrow{CB}\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2&0\\2&2\end{vmatrix}}{2\times2\sqrt{2}}=\dfrac{4-0}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\det\left(\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 0\\ 1 & \sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\times 2}=\dfrac{2\sqrt{3}-0}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{2}{2\times 2}=\dfrac{1}{2}$

ب) بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\dfrac{\pi}{4}\ [2\pi]$

و بما أن : $\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{1}{2}$ و $\sin\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ فإن: $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$

4 لدينا : $\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=-\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{-\pi}{4}+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{12}\ [2\pi]$

5

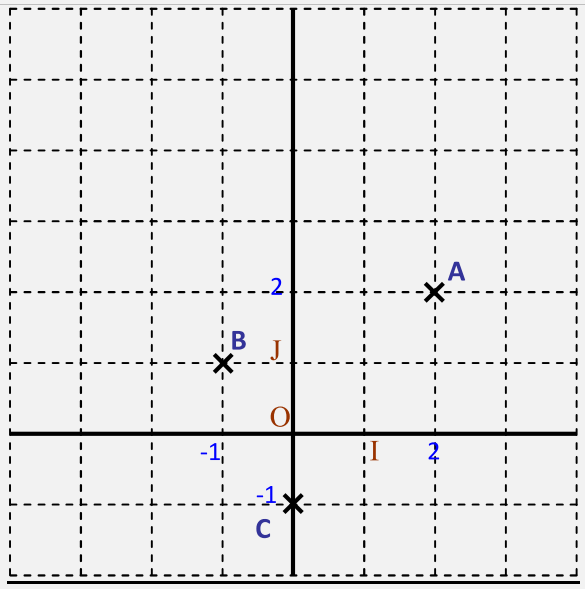
$Cos\dfrac{\pi}{12}=Cos\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{2\times 1+2\times\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\times 2}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

$Sin\dfrac{\pi}{12}=Sin\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}\right)=\dfrac{\det\left(\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}\right)}{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|\left\|\overrightarrow{CD}\right\|}=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & \sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\sqrt{2}\times 2}=\dfrac{2\sqrt{3}-2}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)\times\sqrt{2}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

يمكن تحديد قياس زاوية و ذلك بحساب جيبها و جيب تمامها.

تمرين 3 : $A(2,2)$ و $B(-1,1)$ و $C(0,-1)$

1



أ) لنحدد معادلة المستقيم (Δ) المار من B و العمودي على (AC).

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى، لدينا : $\overrightarrow{BM}(x+1\ ;\ y-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$M\in(\Delta)\Leftrightarrow\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow-2(x+1)-3(y-1)=0\Leftrightarrow-2x-2-3y+3=0\Leftrightarrow-2x-3y+1=0$

بالتالي : $\boxed{(\Delta):\ -2x-3y+1=0}$ أو أيضا : $\boxed{(\Delta):\ 2x+3y-1=0}$

2

ب) لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى، لدينا : $\overrightarrow{AM}(x-2\ ;\ y-2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -3)$

$M\in(AC)\Leftrightarrow\det\left(\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-2 & y-2\\ -2 & -3\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow-3(x-2)+2(y-2)=0$

$\Leftrightarrow-3x+6+2y-4=0\Leftrightarrow-3x+2y+2=0$

بالتالي : $\boxed{(AC):\ -3x+2y+2=0}$ أو أيضا : $\boxed{(AC):\ 3x-2y-2=0}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ج) حدد زوج إحداثيتي H نقطة تقاطع (Δ) و (AC)

إذن لنحل النظمة المكونة من معادلتي (Δ) و (AC)، أي : $\begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=2\end{cases}$

لدينا المحددة هي : $\Delta=\begin{vmatrix}2&3\\3&-2\end{vmatrix}=-4-9=-13$ و $\Delta_x=\begin{vmatrix}1&3\\2&-2\end{vmatrix}=-2-6=-8$

و $\Delta_y=\begin{vmatrix}2&1\\3&2\end{vmatrix}=4-3=1$ ، منه : $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{8}{13}$ و $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-1}{13}$ بالتالي : $\boxed{H\left(\frac{8}{13};\frac{-1}{13}\right)}$

3 لدينا : $\overrightarrow{CA}(2;3)$ و $\overrightarrow{CB}(-1;2)$ إذن: $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$ و $\left\|\overrightarrow{CB}\right\|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$$\cos\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\frac{\overrightarrow{CA}\overrightarrow{CB}}{\left\|\overrightarrow{CA}\right\|\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}=\frac{-2+6}{\sqrt{13}\times\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{65}}=\frac{4\sqrt{65}}{65}$$

4 لنحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (L) واسط القطعة $[AB]$

نعتبر K منتصف $[AB]$ ، إذن : $K\left(\frac{2+(-1)}{2};\frac{2+1}{2}\right)$ أي : $K\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{AB}(-3;-1)$ و $\overrightarrow{KM}\left(x-\frac{1}{2};y-\frac{3}{2}\right)$

$$M\in(L)\Leftrightarrow\overrightarrow{KM}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow-3\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow-3x+\frac{3}{2}-y+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow-3x-y+3=0$$

بالتالي : $\boxed{(L):3x+y-3=0}$

لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظمة المكونة من معادلتيهما الديكارتيتين

لإيجاد معادلة ديكارتية لواسط قطعة نحدد أولا إحداثيتي منتصف هذه القطعة فيكون الواسط مستقيما مارا بهذه النقطة و تكون المتجهة التي طرفاها هما طرفي القطعة منظمية عليه...

يستحسن جعل معامل x موجبا في معادلة مستقيم وذلك بضرب جميع المعاملات في -1

تمرين 4 : $A(1,2\sqrt{3})$ و $B(0,\sqrt{3})$ و $C(1,0)$

1 لدينا : $\overrightarrow{BA}(1;\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{BC}(1;-\sqrt{3})$ إذن: $\left\|\overrightarrow{BA}\right\|=\sqrt{1+3}=2$ و $\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{1+3}=2$

بالتالي : ABC متساوي الساقين في النقطة B

2 $\boxed{\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BA}\right\|\left\|\overrightarrow{BC}\right\|}=\frac{1-3}{2\times2}=\frac{-1}{2}}$ و $\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\det\left(\overrightarrow{BA}\overrightarrow{BC}\right)}{\left\|\overrightarrow{BA}\right\|\left\|\overrightarrow{BC}\right\|}=\frac{\begin{vmatrix}1&\sqrt{3}\\1&-\sqrt{3}\end{vmatrix}}{2\times2}=\frac{-2\sqrt{3}}{4}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

منه: $\boxed{\tan\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\sin\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)}{\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)}=\frac{-\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{-1}=\sqrt{3}}$

3 ليكن (Δ) الارتفاع المنشأ من النقطة B للمثلث ABC

إذن (Δ) يمر من B و عمودي على (AC)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\overrightarrow{AC}(0;-2\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{BM}(x;y-\sqrt{3})$

$$M\in(\Delta)\Leftrightarrow\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow0\times x-2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right)=0\Leftrightarrow-2\sqrt{3}\left(y-\sqrt{3}\right)=0\Leftrightarrow y-\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $\boxed{(\Delta):y-\sqrt{3}=0}$

4 ليكن E منتصف $[AB]$ ، إذن المتوسط المار من النقطة C للمثلث ABC هو المستقيم (EC)

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

لنحدد إذن لنحدد حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (EC) ، لدينا : $E\left(\frac{1}{2}\,;\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى ، لدينا : $\overrightarrow{CM}(x-1\,;\ y)$ و $\overrightarrow{EC}\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$$M\in(EC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{EC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix} x-1 & y \\ \frac{1}{2} & -\frac{3\sqrt{3}}{2}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-1)+\frac{1}{2}y=0$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{3}(x-1)+y=0\Leftrightarrow -3\sqrt{3}\,x+y-3\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $\boxed{(EC):\ 3\sqrt{3}\,x-y+3\sqrt{3}=0}$

5 لنحدد إحداثيتي G مركز ثقل المثلث ABC ، نعلم أن : $\begin{cases} x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=\frac{2}{3} \\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\sqrt{3}\end{cases}$ منه: $\boxed{G\left(\frac{2}{3}\,;\sqrt{3}\right)}$

6 مساحة المثلث ABC هي: $S_{ABC}=\frac{\left|\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|}{2}$ ولدينا : $\overrightarrow{AB}\left(-1\,;-\sqrt{3}\right)$ و $\overrightarrow{AC}\left(0\,;-2\sqrt{3}\right)$

$$\boxed{S_{ABC}=\frac{\left|\begin{vmatrix}-1 & -\sqrt{3} \\ 0 & -2\sqrt{3}\end{vmatrix}\right|}{2}=\frac{\left|2\sqrt{3}\right|}{2}=\sqrt{3}}$$ منه:

7 أ) لنحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (BC) ، لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى.

لدينا : $\overrightarrow{CM}(x-1\,;\ y)$ و $\overrightarrow{BC}\left(1\,;-\sqrt{3}\right)$

$$M\in(BC)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{BC}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix} x-1 & y \\ 1 & -\sqrt{3}\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -\sqrt{3}(x-1)-y=0\Leftrightarrow -\sqrt{3}\,x-y+\sqrt{3}=0$$

بالتالي : $\boxed{(BC):\ \sqrt{3}\,x+y-\sqrt{3}=0}$

ب) $\boxed{d(A;(BC))=\frac{\left|\sqrt{3}x_A+y_A-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}}=\frac{\left|\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\right|}{2}=\sqrt{3}}$

للتذكير ارتفاع مثلث هو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و عمودي على حامل الضلع المقابل لهذا الرأس، أما المتوسط فهو مستقيم يمر من أحد رؤوسه و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma