Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الجداء السلمي لمتجهتين :

- $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = AB \ AC \cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$
- $\vec{u}\bullet\vec{v} = \|\vec{u}\| \ \|\vec{v}\| \cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$

خاصيات :

$\vec{u}\bullet\vec{v} = \vec{v}\bullet\vec{u}$ و $\vec{u}\bullet\left(\vec{v}+\vec{w}\right) = \vec{u}\bullet\vec{v} + \vec{u}\bullet\vec{w}$

$\vec{u}\bullet\left(k\,\vec{v}\right) = k\,\vec{u}\bullet\vec{v}$ و $\left(k\,\vec{u}\right)\bullet\vec{v} = k\,\vec{u}\bullet\vec{v}$

- الجداء $\vec{u}\bullet\vec{u}$ يسمى مربع سلمي ويكتب $\vec{u}^2$
- العدد $\sqrt{\vec{u}^2}$ يسمى منظم المتجهة $\vec{u}$ ويكتب $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u}^2}$
- $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدتين $\Leftrightarrow$ $\vec{u}\bullet\vec{v} = 0$

خاصيات المنظم :

$\|k\,\vec{u}\| = |k| \ \|\vec{u}\|$ و $\|\vec{u}+\vec{v}\| \le \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u}\bullet\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u}\bullet\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

$\|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = \left(\vec{u}+\vec{v}\right)\bullet\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$

متفاوتة كوشي شوارز:

$\left|\vec{u}\bullet\vec{v}\right| \le \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$ لكل متجهتين $\vec{u}$, $\vec{v}$

تحليلية الجداء السلمي :

$\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ معلم متعامد ممنظم و $\vec{u}(a,b)$ و $\vec{v}(c,d)$

$\vec{u}\bullet\vec{v} = ac + bd$ و $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2+b^2}$

صيغة cos و sin

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين :

$$\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\vec{u}\bullet\vec{v}}{\|\vec{u}\| \ \|\vec{v}\|} \quad \text{و} \quad \sin\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)}{\|\vec{u}\| \ \|\vec{v}\|}$$

التمرين الأول :

أحسب الجداء السلمي $\vec{u}\bullet\vec{v}$ في الحالات التالية :

① $\|\vec{u}\| = 2$ و $\|\vec{v}\| = 3$ و $\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\pi}{6}$

② $\|\vec{u}\| = \sqrt{8}$ و $\|\vec{v}\| = 6$ و $\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\pi}{4}$

③ $\|\vec{u}\| = 12$ و $\|\vec{v}\| = 10$ و $\left(\vec{u},\vec{v}\right) = \frac{\pi}{3}$

نعتبر في ما يلي المسوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم

التمرين الثاني:

أحسب الجداء السلمي $\vec{u}\bullet\vec{v}$ في الحالات التالية:

❶ $\vec{u}(3,-2)$ و $\vec{v}(2,-5)$

❷ $\vec{u}\left(2-\sqrt{3},1\right)$ و $\vec{v}\left(\sqrt{3}+1,2\sqrt{3}\right)$

❸ $\vec{u} = 2\vec{i} - 9\vec{j}$ و $\vec{v} = \vec{i} + 4\vec{j}$

التمرين الثالث:

حدد قيمة m كي $\vec{v}$ و $\vec{u}$ متعامدتين :

⇦ $\vec{u}(3,m-1)$ و $\vec{v}(2m+1,-2)$

⇦ $\vec{u}(m+3,-1)$ و $\vec{v}(m-1,5)$

⇦ $\vec{u} = (2m+1)\vec{i} + (m-2)\vec{j}$ و $\vec{v} = (m+2)\vec{i} - (m-1)\vec{j}$

التمرين الرابع:

أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ في الحالات التالية :

☜ $A(4,-2)$; $B(2,3)$; $C(-5,1)$

☜ $A(1,3)$; $B(-3,2)$; $C(2,1)$

☜ $A\left(2+\sqrt{2},4\right)$; $B\left(3,-2\sqrt{2}\right)$; $C\left(\sqrt{2}-1,2\right)$

الماني

التمرين الخامس:

أحسب منظم المتجهة $\vec{u}$ في الحالات التالية :

☺ $\vec{u}(-3,4)$ ☺ $\vec{u}(2,-4)$

☺ $\vec{u} = \sqrt{2}\,\vec{i} - 6\vec{j}$ ☺ $\vec{u}\left(\sqrt{3}-2,2\sqrt{3}+1\right)$

التمرين السادس:

1) نعتبر النقط $A\left(2,\sqrt{3}\right)$; $B\left(-1,2\sqrt{3}\right)$; $C\left(0,\sqrt{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ والمسافتين AC ; AB

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

2) نعتبر النقط $A(-1,1)$; $B\left(1,\frac{-1}{2}\right)$; $C\left(\frac{-1}{3},\frac{-11}{3}\right)$

أ- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ والمسافتين AC ; AB

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

3) نعتبر النقط $A(3,5)$; $B(6,1)$; $E(-1,2)$

أ- أحسب $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}$ والمسافتين EA ; EB

ب- أحسب $\cos\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)$

ج- استنتج قياس الزاوية $\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)$

التمرين السابع:

حدد متجهة منظمية للمستقيم (D) في الحالات التالية :

⌛ $(D) : 2x - 3y + 5 = 0$

⌛ $(D) : x\sqrt{2} + y - 3\sqrt{3} = 0$

⌛ (D) مار من $A(2,5)$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}(3,-1)$

⌛ (D) مار من النقطتين $A(-1,2)$; $B(3,5)$

⌛ (D) تمثيله البارامتي : $t \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$

Talamid.ma : الموقع الأول بالمغرب في تحميل وتبادل الدروس