هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المرجح

نسمي نقطة متزنة كل زوج (A,α) حيث A نقطة من المستوى و α عدد حقيقي.

I) مرجح نقطتين.

1) **تعريف** لتكن (A,α) و (B,β) نقطتين متزنتين.
إذا كان $\alpha+\beta\neq 0$ فإنه توجد نقطة وحيدة G تحقق

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

النقطة G تسمى مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β) أو مرجح النظمة المتزنة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$

2) **خاصية مميزة:**
تكون النقطة G مرجح النظمة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ إذا وفقط إذا كان

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{\alpha+\beta}\left(\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}\right)$$

لكل θ من المستوى P.

ملاحظة:

a) إذا أردنا أن نبين أن G مرجح النظمة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ يستحسن استعمال التعريف ونبين أن $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$. ولهذا نتبع ما يلي:

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)=(\alpha+\beta)\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{AB}$ ثم نحسب $\overrightarrow{GA}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ونعوض.

b) إذا كان G مرجح النظمة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ وأردنا حساب $\overrightarrow{AG}$ أو $\overrightarrow{BG}$ أو $\overrightarrow{CG}$ أو ... يستحسن استعمال الخاصية المميزة.

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{\alpha+\beta}\left(\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}\right)$ لكل O من P ثم نعوض O ب A أو B أو C ...

3) إذا كان G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فإن G مرجح $\{(A,k\alpha),(B,k\beta)\}$ لكل k من $\mathbb{R}^*$. وهذا يعني أن المرجح لا يتغير إذا ضربنا الأوزان أو قسمناها على عدد غير منعدم.

4) ليكن G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\alpha)\}$ مع $(\alpha\neq 0)$ G يسمى مركز ثقل A و B.
لدينا من خلال ما سبق G مرجح $\{(A,1)(B,1)\}$ إذن

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$ لكل θ من P ومن أجل $O=A$

نجد $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ إذن G منتصف $[AB]$

خاصية: مرجح النظمة $\{(A,1)(B,1)\}$ هو مرجح $\{(A,1)(B,1)\}$ وهو منتصف $[AB]$.

ملاحظة: إذا أردنا أن نبين أن I منتصف $[AB]$ نبين أن I مرجح $\{(A,1)(B,1)\}$ يعني $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

5) ليكن G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ لدينا

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{\alpha+\beta}\left(\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}\right)$ لكل O من P. ومن أجل $O=A$

نجد $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ إذن $G\in(AB)$

ملاحظة: إذا أردنا إنشاء المرجح G نقوم بحساب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{BG}$ بدلالة $\overrightarrow{BA}$.

II) مرجح ثلاث نقط.

1) **تعريف:** لتكن (A,α) (B,β) (C,γ) ثلاث نقط متزنة.
إذا كان $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ فإنه توجد نقطة وحيدة G تحقق:

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

النقطة G تسمى مرجح النقط (A,α) ، (B,β) و (C,γ) أو مرجح النظمة المتزنة $\{(C,\gamma)(B,\beta)(A,\alpha)\}$.

2) **خاصية مميزة:**
تكون النقطة G مرجح النظمة $\{(C,\gamma)(B,\beta)(A,\alpha)\}$ إذا وفقط إذا كان:

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}\left(\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}+\gamma\overrightarrow{OC}\right)$$

لكل O من المستوى P

ملاحظة: نفس ملاحظة I).

3) المرجح لا يتغير إذا ضربنا أو قسمنا الأوزان على نفس عدد غير منعدم.

4) ليكن G مرجح $\{(A,\alpha)(B,\alpha)(C,\alpha)\}$ مع $(\alpha\neq 0)$.
لدينا G مرجح $\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$. المرجح G يسمى في هذه الحالة مركز ثقل النقط A,B,C أو مركز ثقل المثلث (ABC).

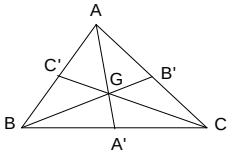
خاصة: مرجح $\{(A,\alpha)(B,\alpha)(C,\alpha)\}$ هو مرجح $\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$ وهو مركز ثقل (ABC).

5) **إحداثيات المرجح.**
ليكن G مرجح $\{(A,\alpha)(B,\beta)(C,\gamma)\}$ إحداثيات G هي

$$\begin{cases} x_G=\frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}(\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C) \\ y_G=\frac{1}{\alpha+\beta+\gamma}(\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C) \end{cases}.$$

6) **التجميعية.**
إذا كان G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ و G_1 مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فإن G مرجح $\{(G_1,\alpha+\beta),(C,\gamma)\}$ وهذا يعني أن مرجح ثلاث نقط لا يتغير إذا عوضنا نقطتين بمرجحهما متزن بمجموع وزني تلك النقطتين.

7) ليكن (ABC) مثلثا مركز ثقله G



G هو مرجح $\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$
A' و B' و C' منتصفات $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ على التوالي المتوسطات (AA') و (BB') و (CC') تتلاقى في G.
ولدينا $\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$ $\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$ $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

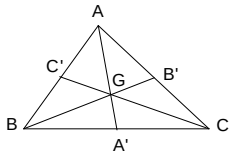
5 **إحداثيات المرجح.**

ليكن G مرجح $\{(A,\alpha)(B,\beta)(C,\gamma)\}$ إحداثيات G هي

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{1}{\alpha+\beta+\gamma}(\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C) \\ y_G = \dfrac{1}{\alpha+\beta+\gamma}(\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C) \end{cases}.$$

6 **التجميعية.**

إذا كان G مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ و G_1 مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فإن G مرجح $\{(G_1,\alpha+\beta),(C,\gamma)\}$ وهذا يعني أن مرجح ثلاث نقط لا يتغير إذا عوضنا نقطتين بمرجحهما متزن بمجموع وزني تلك النقطتين.



7 ليكن (ABC) مثلثا مركز ثقله G

G هو مرجح $\{(A,1)(B,1)(C,1)\}$

A' و B' و C' منتصفات $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ على التوالي المتوسطات (AA') و (BB') و (CC') تتلاقى في G.

ولدينا $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$ $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$

III) مرجح أربع نقط.

نعرف بنفس الطريقة مرجح أربع نقط وسيكون لدينا نفس الخاصيات السابقة. هناك فرق فقط في التجميعية حيث تصبح:

7 مرجح أربع نقط لا يتغير إذا عوضنا نقطتين بمرجحهما متزن بمجموع الوزنين أو عوضنا كل نقطتين بمرجحهما متزن بمجموع الوزنين، أو عوضنا ثلاث نقط بمرجحها متزن بمجموع الأوزان.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma