

المرجح

مرجح نقطتين

خاصية و تعريف

لتكن (A, α) و (B, β) نقطتين متزنيتين من المستوى بحيث $\alpha + \beta \neq 0$
توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \vec{0}$. النقطة G تسمى مرجح النقطتين المتزنيتين (A, α) و (B, β)

خاصيات مرجح نقطتين متزنيتين

- أ. الصمود :
إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنيتين (A, α) و (B, β) و $k \in \mathbb{R}^*$
فإن : G كذلك مرجح النقطتين المتزنيتين $(A, k\alpha)$ و $(B, k\beta)$
- ب. الخاصية المميزة :
إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنيتين (A, α) و (B, β) فإنه لكل نقطة M من المستوى :
- $$\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG}$$
- ج. خاصية الإنشاء :
إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنيتين (A, α) و (B, β) فإن :
- $$\overrightarrow{BG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overrightarrow{BA} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$$

مرجح ثلاث نقط متزنة

خاصية و تعريف

لتكن (A, α) و (B, β) و (C, γ) ثلاث نقط متزنة من المستوى بحيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$
توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
النقطة G تسمى مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ)

خاصيات مرجح نقطتين متزنيتين

- أ. الصمود :
إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ) و $k \in \mathbb{R}^*$
فإن : G كذلك مرجح النقط المتزنة $(A, k\alpha)$ و $(B, k\beta)$ و $(C, k\gamma)$
- ب. الخاصية المميزة :
إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ) فإنه لكل نقطة M من المستوى :
- $$\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overrightarrow{MG}$$

ج. خاصية الإنشاء:

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ) فإن :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$$

د. تجميعية المرجح :

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ)

و H مرجح (A, α) و (B, β)

فإن : G مرجح النقطتين المتزنتين $(H, \alpha + \beta)$ و (C, γ)

إحداثيات مرجح نقطتين

في مستوى منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $G(x_G, y_G)$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta} \end{cases} \quad \text{فإن}$$

إحداثيات مرجح ثلاث نقط

في مستوى منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A, α) و (B, β) و (C, γ) و إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases} \quad \text{و } G(x_G, y_G) \text{ فإن :}$$

مرجح أربع نقط

خاصية و تعريف

لتكن (A, α) و (B, β) و (C, γ) و (D, δ) أربع نقط متزنة من المستوى بحيث : $\alpha + \beta + \gamma + \delta \neq 0$

توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} + \delta \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

خاصية

ليكن مرجح (A, α) و (B, β) و (C, γ) و (D, δ)

إذا كان H مرجح (A, α) و (B, β) و K مرجح (C, γ) و (D, δ)

فإن G مرجح $(H, \alpha + \beta)$ و $(K, \gamma + \delta)$