

المتاليات

تمرين 1

نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بـ

$$u_1 = 1 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

- أحسب u_2 ; u_3 ; u_4 .

- بين أن $u_n < 2$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

- بين أن $(u_n)_{n \geq 1}$ تزايدية .

تمرين 2

لتكن (u_n) و (v_n) المتاليتين المعرفتين بما يلي

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5 - \frac{9}{u_n + 1} \end{cases} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$$

بين أن (v_n) متالية حسابية و أحسب v_n بدلالة n .

تمرين 3

نعتبر المتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين بـ

$$\begin{cases} u_0 = 1 ; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N} \\ v_n = u_{n+1} - u_n \end{cases}$$

- بين أن (v_n) متالية ثابتة .

- استنتج أن (u_n) متالية حسابية و حدد عناصرها

المميزة .

$$3- \text{ أحسب } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i \text{ بدلالة } n .$$

$$\text{ثم أحسب } S'_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i \text{ بدلالة } n .$$

تمرين 4

نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بـ

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

- أحسب u_2 ; u_3 .

- بين أن $u_n < 3$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

- أدرس رتبة $(u_n)_{n \geq 1}$ و استنتج أن

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \geq 2$$

- نعتبر المتالية العددية $(v_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بـ

$$v_n = u_n - 3$$

- بين أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية هندسية و أحسب v_n بدلالة n .

$$b- \text{ أحسب } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i \text{ بدلالة } n$$

تمرين 5

لتكن (v_n) و (u_n) متاليتين عدديتين معرفتين

$$u_1 = 2 \text{ بما يلي}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} \quad ; \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

- أحسب u_2 و u_3 .

- بين أن $0 \leq u_n \leq 3$.

- أدرس رتبة $(u_n)_{n \geq 1}$.

- أ- بين أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية هندسية و أحسب v_n بدلالة n .

$$b- \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i$$

تمرين 6

نعتبر المتالية (u_n) المعرفة بـ

$$\begin{cases} u_0 = -1 ; u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

- أحسب u_3 ; u_2 .

- 2- نعتبر المتاليتين (a_n) و (b_n) حيث

$$a_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \quad ; \quad b_n = 2^n u_n$$

- أ- بين أن (a_n) متالية هندسية و أحسب a_n بدلالة n .

- ب- بين أن (b_n) متالية حسابية و أحسب b_n بدلالة n .

- ت- استنتج u_n بدلالة n .

تمرين 7

لتكن (v_n) و (u_n) متاليتين عدديتين معرفتين بما يلي

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = 12 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$$

$$-1- \text{ نضع } w_n = v_n - u_n$$

- بين أن (w_n) متالية هندسية و أحسب w_n بدلالة n .

- - أ- بين أن $(u_n)_{n \geq 1}$ متالية تزايدية و أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متالية تناقصية

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n < v_n$$

- ب- بين أن $(u_n)_{n \geq 1}$ مكبورة و أن $(v_n)_{n \geq 1}$ مصغرورة

- ج- استنتاج أن $(u_n)_{n \geq 1}$ مكبورة و أن $(v_n)_{n \geq 1}$ مصغرورة