

## المتتاليات

### تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة بـ

$$u_1 = 1 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

- 1- أحسب  $u_2$  ;  $u_3$
- 2- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n < 2$
- 3- بين أن  $(u_n)_{n \geq 1}$  تزايدية .

### تمرين 2

لتكن  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتين المعرفتين بما يلي

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5 - \frac{9}{u_n + 1} \end{cases} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$$

بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية و أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$

### تمرين 3

نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين بـ

$$\begin{cases} u_0 = 1 ; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N} \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_{n+1} - u_n \end{cases}$$

- 1- بين أن  $(v_n)$  متتالية ثابتة .
- 2- استنتج أن  $(u_n)$  متتالية حسابية و حدد عناصرها المميزة .

$$3- \text{ أحسب } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i \text{ بدلالة } n.$$

$$\text{ثم أحسب } S'_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i \text{ بدلالة } n.$$

### تمرين 4

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة بـ

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

- 1- أحسب  $u_2$  ;  $u_3$
- 2- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n < 3$
- 3- أدرس رتبة  $(u_n)_{n \geq 1}$  و استنتج أن

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \geq 2$$

4- نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفة بـ

$$v_n = u_n - 3$$

أ- بين أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية و أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$  .

$$\text{ب- أحسب } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} u_i \text{ بدلالة } n$$

### تمرين 5

لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتاليتين عدديتين معرفتين

$$\text{بما يلي } u_1 = 2$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_{n+1} = \frac{5u_n + 3}{u_n + 3} ; \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$$

- 1- أحسب  $u_2$  و  $u_3$  و  $v_2$
- 2- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 \leq u_n \leq 3$

3- أدرس رتبة  $(u_n)_{n \geq 1}$

4- أ- بين أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية و أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$

$$\text{ب- أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n = \sum_{i=1}^{i=n} v_i$$

### تمرين 6

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ:

$$\begin{cases} u_0 = -1 ; u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

- 1- أحسب  $u_2$  ;  $u_3$
- 2- نعتبر المتتاليتين  $(a_n)$  و  $(b_n)$  حيث

$$a_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n ; \quad b_n = 2^n u_n$$

أ- بين أن  $(a_n)$  متتالية هندسية و أحسب  $a_n$  بدلالة  $n$

ب- بين أن  $(b_n)$  متتالية حسابية و أحسب  $b_n$  بدلالة  $n$

ت- استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

### تمرين 7

لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتاليتين عدديتين معرفتين

بما يلي

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = 12 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$$

1- نضع  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad w_n = v_n - u_n$  بين أن  $(w_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية و أحسب  $w_n$  بدلالة  $n$

2- أ- بين أن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية تزايدية و أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية تناقصية

ب- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n < v_n$

ج- استنتج أن  $(u_n)_{n \geq 1}$  مكبورة و أن  $(v_n)_{n \geq 1}$  مصغورة