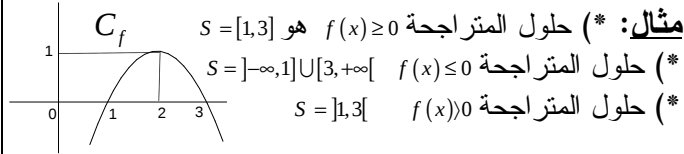
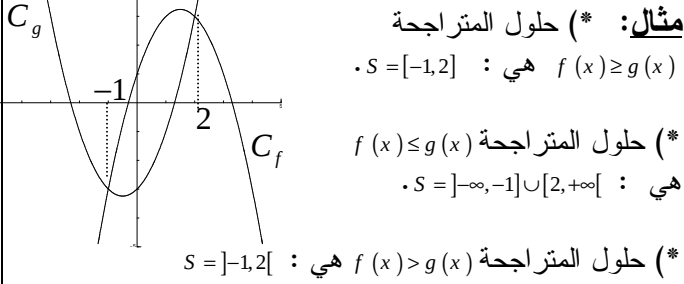


(*) حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي اتحاد المجالات التي يكون فيها C_f تحت محور الأفاصيل.



(2) نقول إن $f \leq g$ على D إذا وفقط إذا كان $f(x) \leq g(x)$ لكل $x \in D$.
ملاحظات: (التأويل الهندسي)
 (*) تكون $f \leq g$ إذا وفقط إذا كان C_f تحت C_g .

(*) حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$ هي المجالات التي يكون فيها C_f تحت C_g .



(3) **(a)** تقاطع C_f مع محور الأرتيب هي النقطة $A(0, f(0))$.

(b) (*) من أجل تحديد تقاطع C_f مع محور الأفاصيل نحل المعادلة $f(x) = 0$ إذا كانت $x_2, x_1 \dots$ هي الحلول فإن نقط تقاطع هي $\dots B(x_2, 0); A(x_1, 0)$

(*) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي أفاصيل نقط تقاطع C_f مع محور الأفاصيل.

(c) (*) لكي نحدد تقاطع C_f و C_g نحل المعادلة $f(x) = g(x)$ وإذا كانت $x_2, x_1 \dots$ هي الحلول فإن نقط تقاطع C_f و C_g هي $\dots B(x_2, f(x_2)), A(x_1, f(x_1))$
 (*) حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي أفاصيل نقط تقاطع C_f و C_g .

IV - دالة مكبورة - دالة مصغورة

(1) نقول إن f مكبورة على D إذا وُجد عدد M بحيث $f(x) \leq M$ لكل $x \in D$.

(2) نقول إن f مصغورة على D إذا وُجد عدد m بحيث $f(x) \geq m$ لكل $x \in D$.

(3) نقول إن f محدودة على D إذا وُجد عدد m و M بحيث $m \leq f(x) \leq M$ لكل $x \in D$.

ملاحظة: تكون f محدودة على D إذا وُجد عدد موجب M بحيث $|f(x)| \leq M$ لكل $x \in D$.

V - مطارف دالة

(1) لكي نبين أن f تقبل قيمة قصوى مطلقة في x_0 نبين أن $f(x) \leq f(x_0)$ لكل x من D_f . وتكون هذه القيمة القصوى هي $f(x_0)$.

(2) لكي نبين أن f تقبل قيمة دنوية مطلقة في x_0 نبين أن $f(x) \geq f(x_0)$ لكل x من D_f . وتكون هذه القيمة الدنوية هي $f(x_0)$.

I - دالة زوجية - دالة فردية

(1) من أجل دراسة زوجية دالة، نقوم بتحديد D_f ونتحقق أن لكل x من D_f لدينا $-x \in D_f$ ثم نحسب $f(-x)$.

(*) إذا وجدنا $f(-x) = f(x)$ فإن f زوجية.

(*) إذا وجدنا $f(-x) = -f(x)$ فإن f فردية.

(2) (*) يمكن لدالة أن لا تكون لا زوجية ولا فردية.

$$|-x| = |x| \quad (-x)^n = \begin{cases} x^n & n \text{ زوجي} \\ -x^n & n \text{ فردي} \end{cases}$$

(3) تكون f زوجية إذا وفقط إذا كان C_f متماثلاً بالنسبة لمحور الأرتيب.

(4) تكون f فردية إذا وفقط إذا كان C_f متماثلاً بالنسبة لأصل المعلم.

II - رتابة دالة

(1) من أجل دراسة رتابة دالة f على مجال I : نعتبر x و y من I بحيث $x < y$ ونقارن $f(x)$ و $f(y)$.

(*) إذا وجدنا $f(x) \leq f(y)$ فإن f تزايدية (قطعا) على I .

(*) إذا وجدنا $f(x) \geq f(y)$ فإن f تناقصية (قطعا) على I .

(*) إذا وجدنا $f(x) = f(y)$ فإن f ثابتة على I .

(2) من أجل دراسة رتابة f على مجال I : نعتبر $x, y \in I$ بحيث $x \neq y$ ونقوم بحساب معدل التغير $T(x, y) = \frac{f(x) - f(y)}{x - y}$

ونقوم بدراسة إشارة $T(x, y)$ (بتأويله مثلاً).

(*) إذا وجدنا $T(x, y) \geq 0$ فإن f تزايدية (قطعا) على I .

(*) إذا وجدنا $T(x, y) \leq 0$ فإن f تناقصية (قطعا) على I .

(*) إذا وجدنا $T(x, y) = 0$ فإن f ثابتة على I .

(3) نقول إن f رتبية على I إذا كانت تزايدية أو تناقصية على I .

(4) **(a)** لتكن f دالة زوجية.

(*) إذا كانت f تزايدية على I فإن f تناقصية على $-I$.

(*) إذا كانت f تناقصية على I فإن f تزايدية على $-I$.

(b) لتكن f دالة فردية.

(*) إذا كانت f تزايدية على I فإن f تزايدية على $-I$.

(*) إذا كانت f تناقصية على I فإن f تناقصية على $-I$.

(c) إذا كان $I = [a, b]$ فإن $-I = [-b, -a]$.

III - مقارنة دالتين

(a1) نقول إن f موجبة على D وتكتب $f \geq 0$ إذا كان $f(x) \geq 0$ لكل $x \in D$.

(b) نقول إن f سالبة على D وتكتب $f \leq 0$ إذا كان $f(x) \leq 0$ لكل $x \in D$.

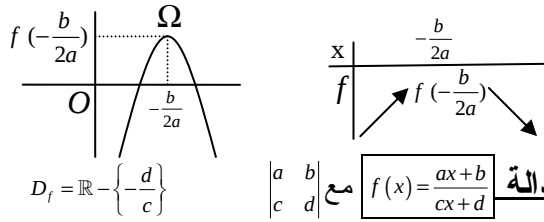
ملاحظات: (التأويل الهندسي)

(*) تكون $f \geq 0$ على D إذا وفقط إذا كان C_f فوق محور الأفاصيل.

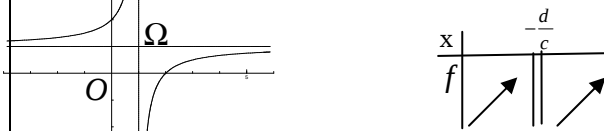
(*) تكون $f \leq 0$ على D إذا وفقط إذا كان C_f تحت محور الأفاصيل.

(*) حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ هي اتحاد المجالات التي يكون فيها C_f فوق محور الأفاصيل.

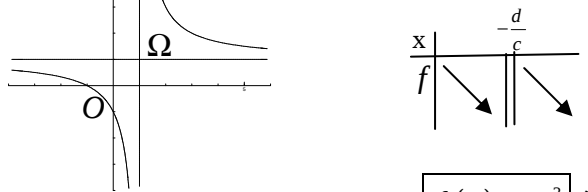
(b) إذا كان $a < 0$ فإن جدول تغيرات f هو كما يلي : C_f و شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ تقعره موجه نحو الأسفل.



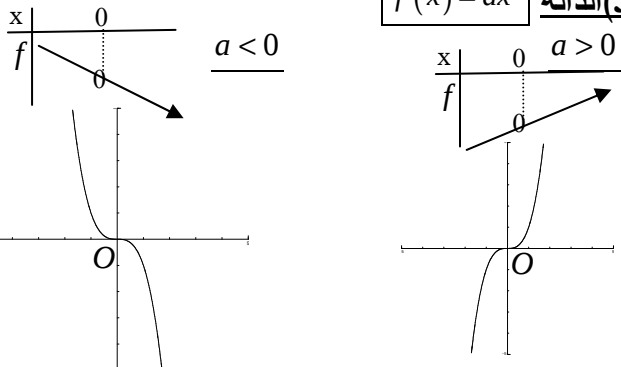
(a) إذا كان $\left|\frac{a}{c}\right| > 0$ فإن جدول تغيرات f هو كما يلي : C_f و هذلول مركزه $\Omega\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ متارياه $x = \frac{-d}{c}$ و $y = \frac{a}{c}$



(b) إذا كان $\left|\frac{a}{c}\right| < 0$ فإن جدول تغيرات f هو كما يلي : C_f و هذلول مركزه $\Omega\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ متارياه $x = \frac{-d}{c}$ و $y = \frac{a}{c}$

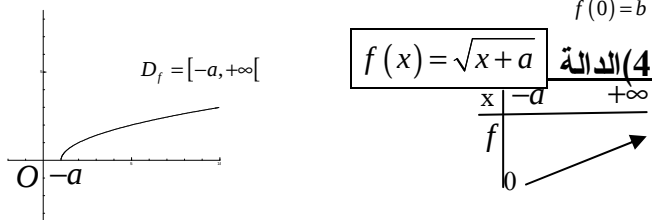


(3) الدالة $f(x) = ax^3$



ملاحظة: بالنسبة ل $f(x) = ax^3 + b$ نفس الشيء تصبح فقط

$$f(0) = b$$



ملاحظة: بالنسبة ل $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ نفس الشيء تصبح فقط

$$f(-a) = b$$

(5) (a) نعتبر الدالة $g(x) = |f(x)|$. C_g مكون من جزء C_f الموجود فوق محور الأفاصيل. ومماثل جزء C_f الموجود تحت محور الأفاصيل بالنسبة لمحور الأفاصيل.

(b) نعتبر الدالة $g(x) = f(|x|)$. C_g مكون من جزء C_f الموجود في $[0, +\infty[$ ومماثله بالنسبة لمحور الأرتايب.

(6) حلول المعادلة $f(x) = m$ هي أفاصيل نقط تقاطع C_f والمستقيم $(\Delta): y = m$.

(3) لكي نبين أن α قيمة قصوية مطلقة ل f نبين أن $f(x) \leq \alpha$ ونبحث عن x_0 بحيث $f(x_0) = \alpha$.

(4) لكي نبين أن α قيمة دنوية مطلقة ل f نبين أن $f(x) \geq \alpha$ ونبحث عن x_0 بحيث $f(x_0) = \alpha$.

(5) لكي نبين f تقبل قيمة قصوية نسبية عند x_0 نبين أنه يوجد مجال I يحتوي على x_0 بحيث $f(x) \leq f(x_0)$ لكل $x \in I$. وتكون هذه القيمة القصوية هي $f(x_0)$. (تعريف مماثل بالنسبة لقيمة دنوية نسبية)

ملاحظة:

(a) إذا كان جدول تغيرات f هو α فإن α هي القيمة الدنوية المطلقة

(b) إذا كان جدول تغيرات f هو α فإن α هي القيمة القصوية المطلقة

(c) إذا كان جدول تغيرات f هو α فإن α هي قيمة قصوية نسبية و β قيمة دنوية نسبية.

VI- صور جزء من IR بدالة عددية

(1) $f(D) = \{f(x)/x \in D\}$ يعني $f(D)$ هي المجموعة المكونة من صور جميع عناصر D .

(2) $y \in f(D)$ يعني يوجد $x \in D$ بحيث $f(x) = y$.

(3) لكي نبين أن $f(I) = J$ جبريا نبين ما يلي:

(a) $f(I) \subset J$ ولهذا نأخذ $x \in I$ ونبين أن $f(x) \in J$.

(b) $J \subset f(I)$ ولهذا نأخذ $y \in J$ ونبين أن $y \in f(I)$ ولهذا نبحث عن $x \in I$ بحيث $f(x) = y$.

VII- مركب دالتين

(1) لتكن $g \circ f$ دالتين بحيث $f(D_f) \subset D_g$ الدالة $g \circ f$ هي الدالة المعرفة على D_f بما يلي $(\forall x \in D_f) g \circ f(x) = g(f(x))$.

(2) (a) من أجل تحديد حيز تعريف $g \circ f$ نتبع ما يلي: $x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D_f \\ f(x) \in D_g \end{cases}$

(b) لكي نبين أن $g \circ f$ معرفة على I نبين ما يلي: $\begin{cases} I \subset D_f \\ f(I) \subset D_g \end{cases}$

(3) إذا كانت $g \circ f$ تحققان ما يلي:

$\begin{cases} (*) f \text{ رتيبة على } I \\ (*) f(I) \subset J \\ (*) g \text{ رتيبة على } J \end{cases}$ فإن $g \circ f$ رتيبة على I

تكون $g \circ f$ تزايدية إذا كانت لـ f و g نفس الرتابة.

وتكون تناقصية إذا كانت لـ f و g رتابتين مختلفتين

VIII- الدوال الاعتيادية

(1) الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

(a) إذا كان $a > 0$ فإن جدول تغيرات f هو كما يلي : C_f و شلجم

