

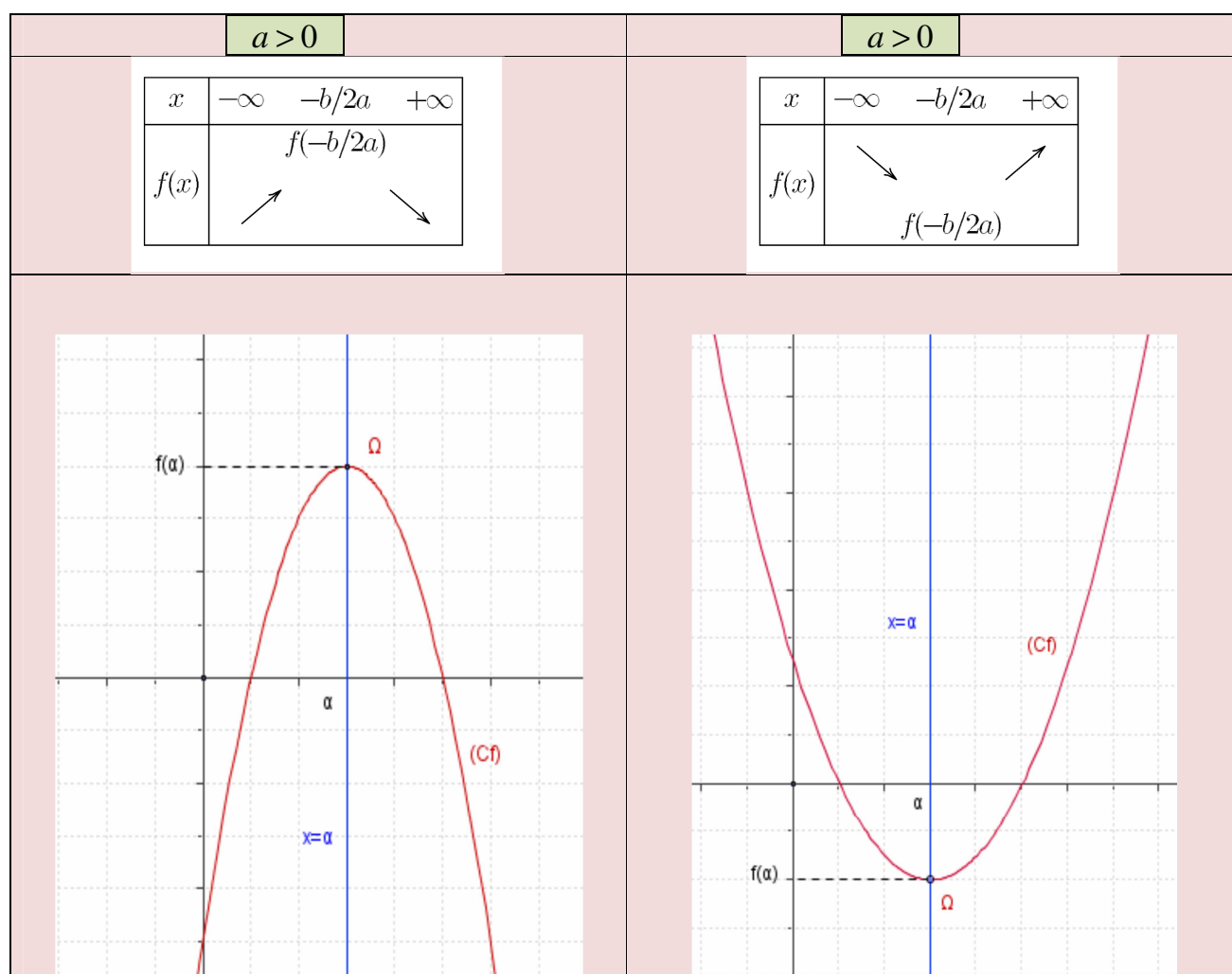
عموميات حول الدوال العددية

تذكير : دراسة بعض الدوال الإعتيادية

دراسة و تمثيل الدالة $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \text{ نضع}$$

التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto ax^2 + bx + c$ عبارة عن شلجم رأسه $\Omega(\alpha, f(\alpha))$ و محوره هو المستقيم الذي معادلته $x = \alpha$.



دراسة و تمثيل الدالة $f: x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$

نعتبر الدالة $f: x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$

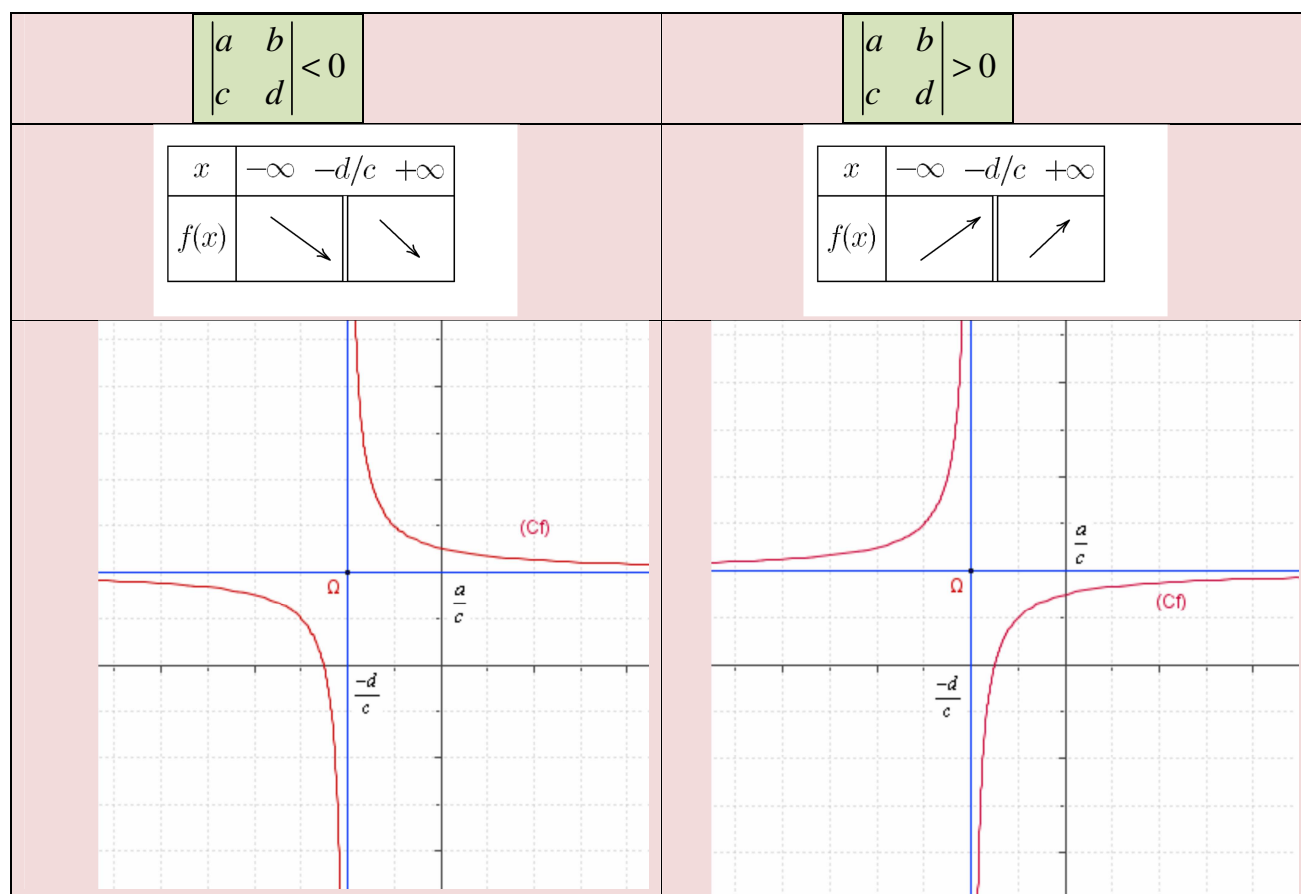
الدالة f تسمى دالة متخاطة

لدينا $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-d}{c} \right\} = \left] -\infty, \frac{-d}{c} \right[\cup \left] \frac{-d}{c}, +\infty \right[$

التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ عبارة عن هذلول مركزه $\Omega\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ و مقارياه هما المستقيمان اللذين معادلتاهما :

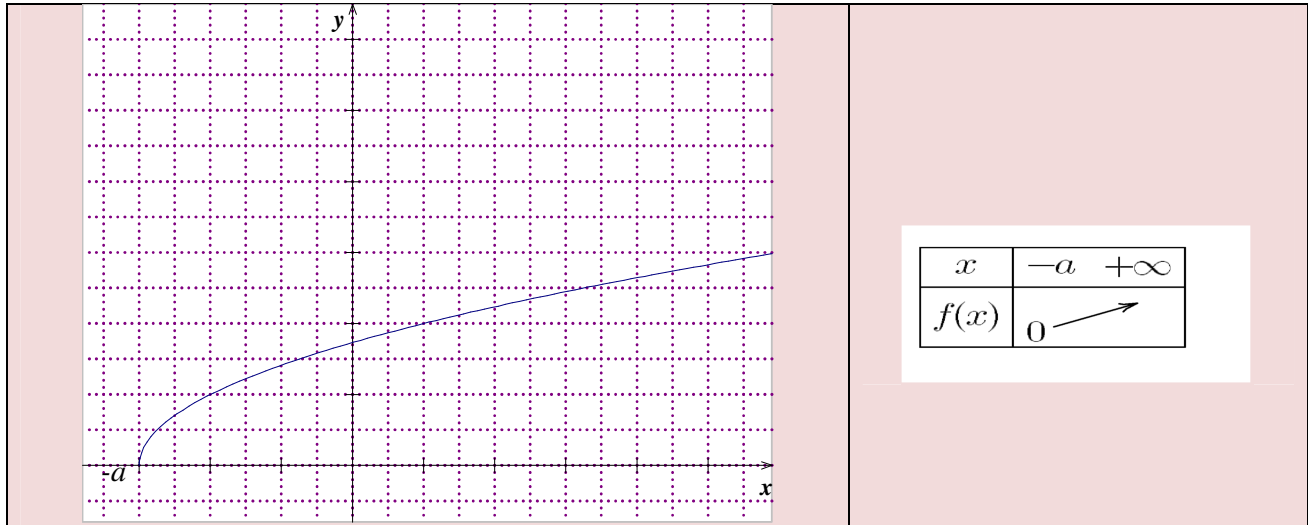
$y = \frac{a}{c}$ و $x = \frac{-d}{c}$

العدد $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ يسمى محددة الدالة $f: x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$



دراسة الدالة $f: x \mapsto \sqrt{x+a}$

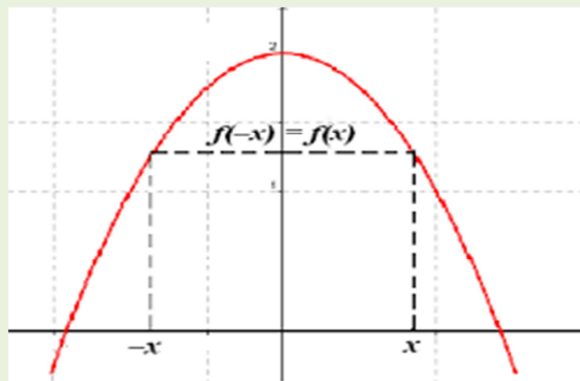
نعتبر الدالة $f: x \mapsto \sqrt{x+a}$
لدينا $D_f = [-a, +\infty[$



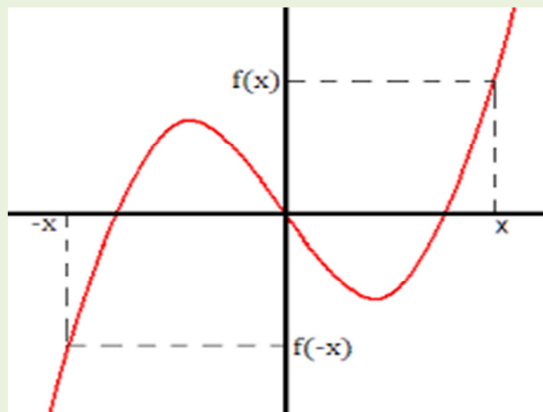
الدالة الزوجية – الدالة الفردية

لتكن f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها.

• f زوجية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f : $-x \in D_f$ و $f(-x) = f(x)$



- f فردية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f : $-x \in D_f$ و $f(-x) = -f(x)$



لتكن f دالة عددية و C_f منحناها في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- f زوجية يعني أن C_f متماثل بالنسبة لمحور الأرتايب
- f فردية يعني أن C_f متماثل بالنسبة لأصل المعلم

الدالة المكبورة – الدالة المصغورة – الدالة المحدودة

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

- نقول إن f مكبورة على I إذا وجد عدد حقيقي M بحيث : $f(x) \leq M$ لكل x من I
- نقول إن f مصغورة على I إذا وجد عدد حقيقي m بحيث : $m \leq f(x)$ لكل x من I
- نقول إن f محدودة إذا كانت f مكبورة و مصغورة

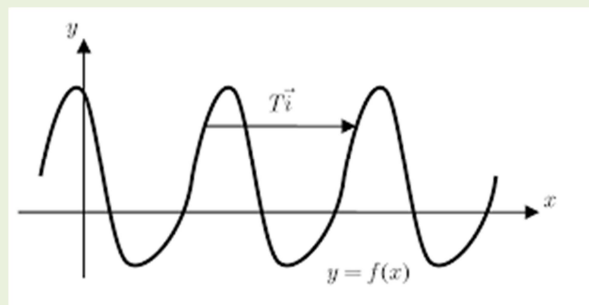
لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

تكون f دالة محدودة على I إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب k بحيث : $|f(x)| \leq k$ لكل x من I

الدالة الدورية

نقول إن f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T موجب قطعاً بحيث :

$$\begin{cases} (\forall x \in D_f) : x + T \in D_f \\ (\forall x \in D_f) : f(x + T) = f(x) \end{cases}$$



العدد T يسمى دور للدالة f
أصغر دور موجب قطعاً يسمى دور الدالة f

إذا كان T دوراً لدالة عددية f فإنه لكل k من $\mathbb{Z}$: $f(x + kT) = f(x) : (\forall x \in D_f)$

مطاريق دالة عددية

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I و a عنصراً من المجال I

- نقول إن $f(a)$ هي القيمة القصوى للدالة f على المجال I ، إذا كان : $f(x) \leq f(a)$ لكل x من I
- نقول إن $f(a)$ هي القيمة الدنيا للدالة f على المجال I ، إذا كان : $f(x) \geq f(a)$ لكل x من I

مقارنة دالتين – التأويل الهندسي

لتكن f و g دالتين عدديتين و D_f و D_g على التوالي مجموعة تعريفهما.

$$D = D_f = D_g \text{ حيث } \begin{cases} D_f = D_g \\ (\forall x \in D); f(x) = g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f = g$$

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على مجال I .

نقول إن f أصغر من أو تساوي g على I ، إذا وفقط إذا كان : $(\forall x \in I); f(x) \leq g(x)$
هندسيا : منحنى الدالة f على I يوجد تحت منحنى الدالة g على I .

مركب دالتين

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على التوالي على D_f و D_g

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

نضع $D = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_f, f(x) \in D_g\}$
الدالة العددية h المعرفة على D بما يلي : $h(x) = g(f(x))$ ، تسمى مركب الدالتين f و g في هذا الترتيب و يرمز لها بالرمز $g \circ f$

رتابة دالة عددية

f دالة عددية و I مجالا ضمن D_f .

- f تزايدية على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a \leq b$ فإن $f(a) \leq f(b)$
- f تزايدية قطعا على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a < b$ فإن $f(a) < f(b)$
- f تناقصية على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a \leq b$ فإن $f(a) \geq f(b)$
- f تناقصية قطعا على I يعني أنه لكل عنصرين a و b من I : إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$

f دالة عددية و I مجالا ضمن D_f .
 $\rightarrow f$ رتيبة على I يعني f تزايدية أو تناقصية على I .
 $\rightarrow f$ رتيبة قطعا على I يعني f تزايدية قطعا أو تناقصية قطعا على I .

f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها و a و b عنصران مختلفان من D_f
 العدد $T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ يسمى معدل تغير f بين a و b

لتكن f دالة عددية و $T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ معدل تغيرها بين عنصرين مختلفين a و b من مجال I ضمن D_f
 $\rightarrow$ إذا كان $T \geq 0$ فإن f تزايدية على I
 $\rightarrow$ إذا كان $T > 0$ فإن f تزايدية قطعا على I
 $\rightarrow$ إذا كان $T \leq 0$ فإن f تناقصية على I
 $\rightarrow$ إذا كان $T < 0$ فإن f تناقصية قطعا على I

f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f متماثلة بالنسبة للعدد 0
 ليكن I مجالا من $\mathbb{R}^+$ ضمن D_f و I' مماثل I بالنسبة للعدد 0
 $\diamond$ في حالة f زوجية ، لدينا :
 • إذا كانت f تزايدية على I فإنها تناقصية على I'
 • إذا كانت f تناقصية على I فإنها تزايدية على I'
 $\diamond$ في حالة f فردية ، لدينا :
 f لها نفس منحنى التغيرات على كل من I و I' .

رتابة مركب دالتين

لتكن f و g دالتين عدديتين معرفتين على التوالي على المجالين I و J بحيث : $f(x) \in J$ لكل x من I ($f(I) \subset J$) ،
 لدينا :
 • إذا كانت f تزايدية قطعا على I و g تزايدية قطعا على J فإن $g \circ f$ تزايدية قطعا على I
 • إذا كانت f تزايدية قطعا على I و g تناقصية قطعا على J فإن $g \circ f$ تناقصية قطعا على I
 • إذا كانت f تناقصية قطعا على I و g تزايدية قطعا على J فإن $g \circ f$ تناقصية قطعا على I
 • إذا كانت f تناقصية قطعا على I و g تناقصية قطعا على J فإن $g \circ f$ تزايدية قطعا على I