التمرين الأول

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

(P_1) $\sqrt{16}=-4$ أو $(-3)^2=9$ ، (P_2) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}>3\right)$ و $(\pi\in\mathbb{Q})$

(P_3) $(a\in\mathbb{R}^*):\ \sqrt{a^2+4}=a+2$ ، (P_4) $\left((a,b)\in\mathbb{R}^2\right)\ \sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

التمرين الثاني

باستعمال الرموز المنطقية أكتب العبارات التالية :

1) لكل عدد حقيقي x يوجد على الأقل عدد طبيعي n بحيث $n>x$

2) لكل عدد حقيقي x يوجد عدد نسبي وحيد p بحيث : $p\le x<p+1$

3) لكل عدد x من $\mathbb{R}^{+*}$ و لكل عدد y من $\mathbb{R}$ يوجد على الأقل عدد طبيعي n بحيث $nx\ge y$

التمرين الثالث

حدد نفي كل من العبارات التالية :

(P_1) " $x\le 0$ أو $(\forall x\in\mathbb{R})\ x+\dfrac{1}{x}\ge 2$ " ، (P_2) " $(\exists x\in\mathbb{Q})\quad x\le 1\ \Rightarrow\ x^2>1$ "

(P_3) " $(\exists a\in\mathbb{R}):\ \sqrt{a^2+4}=a+2$ " ، (P_4) " $(\exists a\in\mathbb{R})(\forall b\in\mathbb{R}^+)\ \ \sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ "

التمرين الرابع

بين ما يلي :

1) $(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2):\ 1+xy=x+y\Rightarrow x=1$ أو $y=1$

2) $(\forall x\in\mathbb{R}^+):\left(\sqrt{1+x}=1+\dfrac{x}{2}\Rightarrow x=0\right)$

3) $(\forall n\in\mathbb{N}):$ (n زوجي) $\Rightarrow$ (n^2 زوجي)

4) $(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2)$ ($xy\ne 1$ و $x\ne y$) $\Rightarrow\left(\dfrac{x}{x^2+x+1}\ne\dfrac{y}{y^2+y+1}\right)$

5) $(\forall n\in\mathbb{N}):$ (n^2 زوجي) $\Rightarrow$ (n زوجي)

التمرين الخامس

1) ليكن x , y , z أعداد حقيقية بحيث : $x+y>2z$ بين بالخلف أن : $x>z$ أو $y>z$

2) علما أن $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ و ليكن a و b من $\mathbb{Z}$ بحيث : $a+b\sqrt{2}=0$ بين بالخلف أن $a=0$ و $b=0$

3) عدد حقيقي موجب قطعا وبحيث $a^3+3a^2-2\ge 0$ بين بالخلف أن $a\ge\sqrt{3}-1$

التمرين السادس

باستعمال البرهان بالترجع بين ما يلي :

1) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ :\ 1-3+5+.....+(-1)^n(2n+1)=(-1)^n(n+1)$

2) بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\})\ \left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\times.......\times\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$

3) $(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\})\ (2\times3^2)+(2^2\times3^3)+......+(2^{n-1}\times3^n)=\dfrac{18}{5}(6^{n-1}-1)$

4) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\ :\ 11/9^{n+1}+2^{6n+1}$ 5) $(\forall n\in\mathbb{N}):\ 5/3^{2n}-2^{2n}$

6) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}):\ \sum_{k=1}^{k=n}k\,2^k=2+(n-1)2^{n+1}$