



**تمرين 6:** حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( \sqrt{4} = 2 \right) \text{ أو } \left( \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$$

$$B \left( (-2)^2 > 3 \right) \text{ أو } \left( 3 \text{ عدد فردي} \right)$$

$$C \left( \sqrt{2} \leq 1 \right) \text{ أو } \left( \pi = 3.14 \right)$$

**تمرين 7:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( 0,1 \in \mathbb{N} \right) \Rightarrow \left( 0,1 \text{ عدد فردي} \right)$$

$$B \left( -1 \in \mathbb{N} \right) \Rightarrow \left( -1 \text{ عدد زوجي} \right)$$

**تمرين 8:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \Rightarrow \left( (-2)^2 = -4 \right)$$

$$q \left( \frac{6}{2} = 2 \right) \Rightarrow \left( \sqrt{5} < 3 \right)$$

**تمرين 9:** (1) أتم ملاً الجدول التالي :

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{p} \text{ أو } q$	$(p \Rightarrow q)$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

(2) ماذما تلاحظ؟

**تمرين 10:**

حدد نفي العبارة الآتية :  $A'' x^2 = 9 \Rightarrow x = -3 \text{ أو } 3$

**تمرين 11:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left( 2\sqrt{3} \geq \sqrt{10} \right) \Leftrightarrow \left( (5\sqrt{2})^2 = 50 \right)$$

$$q \quad -6 \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (1 \geq 3)$$

**تمرين 12:** نعتبر التعبير التالي :  $(x \in \mathbb{R}); x^2 - x \geq 0$

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = 2$

(2) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = \frac{1}{2}$

(3) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = -1$

(4) هل التعبير صحيح أم خاطئ؟

**تمرين 13:** نعتبر التعبير التالي :  $(n \in \mathbb{N}); n^2 \geq 0$

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $n = 2$

(2) هل توجد قيم  $n$  لا تتحقق التعبير السابق؟

**تمرين 14:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A'' (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 > 0$$

**تمرين 1:**

(1) أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة .

$U\mathcal{G}h$	$X\mathcal{V}H$
	كل زوجي قابل للقسمة على 4
	مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي
	$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
	إذا كان $\pi^2$ عددا فرديا فان $\pi$ عدد فردي
	المعادلة : $x^2 = -1$ تقبل حل في $\mathbb{R}$
	جميع المستقيمات المتعمدة في الفضاء متقطعة
	14516 مضاعف للعدد 4
	$((-2)^2 = -4)$

(2) هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة و خاطئة في آن واحد ؟

**تمرين 2:**

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$\bullet \quad p \left( (-2)^2 = 4 \right)$$

$$\bullet \quad q \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

**تمرين 3:** حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \text{ و } \left( (-2)^2 = 4 \right)$$

$$q \quad \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \quad \left( \frac{7}{2} > 3 \right)$$

**تمرين 4:**

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

$$A \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \text{ و } \left( (-2)^2 > 3 \right)$$

$$B \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q} \quad \left( \sqrt{3} + \sqrt{2} > 3 \right)$$

$$C'' \left( \sqrt{2} \leq 1 \right) \text{ و } \left( \pi = 3.14 \right)''$$

**تمرين 5:** حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( \frac{5}{2} \geq 1 \right) \text{ أو } \left( (-2)^2 = -4 \right)$$

$$B \quad (-3 \in \mathbb{N}) \text{ أو } (5 > 3)$$

**تمرين 25:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:  

$$P(\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq x)$$

**تمرين 26:** ليكن  $y \in \mathbb{R}$  و  $x \in \mathbb{R}$  وبين أن:

$$x+y > 1 \Rightarrow y > \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$$

**تمرين 27:** بين باستعمال الاستدلال بالاستنكار المضاد للعكس

$$y \in ]1; +\infty[ \text{ و } x \in ]1; +\infty[ \text{ وأنه: اذا كان:}$$

$$(x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 2x \neq y^2 - 2y)$$

**تمرين 28:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$  وبين أن:

$$y \in ]2; +\infty[ \text{ و } x \in ]1; +\infty[ \text{ وبين أن:}$$

$$(x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 3x \neq y^2 - 3y)$$

**تمرين 30:** بين أن:

**تمرين 31:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } |3x - 6| = 1$$

**تمرين 32:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } 3 + 2|x - 4| = x + 5$$

**تمرين 33:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } x^2 - |x+1| + 1 = 0$$

**تمرين 34:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{بين أن: } n^2 + n$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ عدد زوجي}$$

**تمرين 35:** بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن:

$$\forall x \in \mathbb{R} / \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \neq 1$$

**تمرين 36:** بين أنه اذا كان  $n^2$  عدد زوجي

$$\text{فإن: } n \text{ عدد زوجي}$$

**تمرين 37:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + 2n$$

**تمرين 38:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + n$$

**تمرين 39:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 2^n \geq 1 + n$$

**تمرين 40:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

**تمرين 41:** بين  $n^3 + 2n^3$  يقبل القسمة على 3

مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي

**تمرين 42:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6}$$

**تمرين 43:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

**تمرين 44:** بين باستعمال الاستدلال بالترجمة أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

$$B'' (\forall n \in \mathbb{N}; 2^n > 5(n+1))$$

$$C'' \exists x \in \mathbb{N}, 2x - 1 = 0$$

$$D'' (\forall n \in \mathbb{N}); \frac{n}{4} \notin \mathbb{N}$$

$$E'' n > 4 \Rightarrow n > 2$$

**تمرين 15:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$\forall x \in \mathbb{R} / x^2 > 0$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 = 0$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \text{عدد فردي}$$

$$(2 < \sqrt{3}) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N}$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}); -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$$

$$(\exists n \in \mathbb{N}) 2n + 1$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y - x > 0$$

$$(\exists! x \in \mathbb{R}); 2x + 4 = 0$$

$$(\exists! x \in \mathbb{R}); x^2 = 2$$

$$(\exists x \in \mathbb{Z}); \frac{x}{4} \in \mathbb{Z}$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y^2 = x$$

**تمرين 16:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

$$(\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$(\exists x \in \mathbb{Z}): \frac{x}{4} \in \mathbb{Q}^2 - 2 = 0$$

(كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

**تمرين 17:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية

$$(\forall n \in \mathbb{N}); 2^n > 5(n+1)$$

$$(\exists x \in \mathbb{R}), x^2 - 2 = 0 \text{ و } \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$$

(كل مثلث قائم الزاوية له زاوية حادة

(4)  $\forall n \in \mathbb{N}; (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$

(5) توجد نافذة في المؤسسة مكسورة

**تمرين 18:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية:

$$P; (\forall x \in \mathbb{R}): x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$$

$$Q; (\exists x \in \mathbb{R}): x < 2 \Rightarrow x^2 \geq 2015$$

**تمرين 19:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$  بين أن: 26:

**تمرين 20:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$  بين أن: 97:

$$2 < x < 4 \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{x-1} < 1$$

$$-2 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-3x+5}{x+4} < \frac{11}{2}$$

**تمرين 22:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$  بين أن:

**تمرين 23:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P(\forall x \in \mathbb{R}^*); x + \frac{1}{x} \geq 2$$

**تمرين 24:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P'' \forall x \in ]0; 1[ \text{ و } \forall y \in ]0; 1[ , 0 < \frac{x+y}{xy(1-xy)} < 1$$

## تمرين 57:

(1) أكتب العبارات التالية باستعمال المكممات و الروابط المنطقية :  
 $\neg(P)$  :

"**يبين كل عددين حقيقيين سالبين ، يوجد على الأقل عدد جديري سالب .**" (2) (Q) :

"**مهما يكن العدد الحقيقي الموجب قطعاً يوجد عدد طبيعي t بحيث مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي n فإنه إذا كان n > p فإن t**"

$$\left| \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3} - \frac{1}{2} \right| < p$$

## تمرين 58:

حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبرراً جوابك ببرهان :

" (P) (1)

$$\cos(309^\circ) = \frac{1983}{1973} \quad \text{et} \quad \sqrt{7}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{5}^2$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; \quad 3x^2 + 7x + 4 > 0 \quad :(Q) \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}^+; \quad x^3 + x^2 - 4x + 1 < 0 \quad :(R) \quad (3)$$

(4)

$$(\forall k \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); \quad 4x^2 - 4kx + (6k - 9) = 0 \quad :(S)$$

## تمرين 59:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$3 + \sqrt{\pi} = \pi\sqrt{\pi} \quad \text{et} \quad \sin 30^\circ = \sqrt{0,1} \quad :(K) \quad (1)$$

$$\tan \pi = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow 2\sqrt{13} - 1 < 11 \quad :(L) \quad (2)$$

$$3\sqrt{5} \geq 19 \Rightarrow (\sin 19^\circ = 2 \quad \text{et} \quad \sqrt{7}^{2012} - 3 \geq 17) \quad :(M) \quad (3)$$

(4)

$$(\exists t \in \mathbb{R})(\forall k \in \mathbb{R})(\exists m \in \mathbb{R}); \quad tm + 3k - 1 \neq 5 \quad :(N)$$

**تمرين 45:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$$\forall n \in \mathbb{N}: 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}: 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$$

$$(A) \quad \text{بين أن: } 12n + 14 \geq 6(n+1) + 7 \quad (2)$$

$$(\text{B}) \quad \text{بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن: } 2^n \geq 6n + 7 \quad (7)$$

**تمرين 47:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1) = \frac{1}{3} n \times (n+1) \times (n+2)$$

**تمرين 48:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{n \times (n+3)}{4(n+1) \times (n+2)}$$

**تمرين 49:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

$$b_n = 4^{2n+2} - 1 \quad \text{يقبل القسمة على 15}$$

**تمرين 50:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

$$n^3 - n \quad \text{يقبل القسمة على 6}$$

$$(\text{A}) \quad \text{بين أن: } 11^{n+1} - 1 = 10 \times 11^n + 11^n - 1 \quad (1)$$

(B) **بيان باستعمال الاستدلال بالترجع أن:** مضاعف للعدد 10

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_n = 3^{2n} - 2^n \quad \text{نضع:}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_{n+1} = 2A_n + 7 \times 3^{2n} \quad \text{(1) تتحقق من أن: } A_n \text{ مضاعف للعدد 10}$$

(2) **بيان باستعمال الاستدلال بالترجع أن:**  $A_n$  مضاعف للعدد 7

**تمرين 53:** ليكن  $a$  عدد حقيقي موجب قطعاً

(1) **بيان باستعمال الاستدلال بالترجع أن:**  $(1+a)^n \geq 1 + n \times a$

$$\forall n \in \mathbb{N}; \quad 2^n > n \quad (2) \quad \text{استنتج أن:}$$

**تمرين 54:** حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارة التالية مبرراً جوابك ببرهان

$$(\text{A}) \quad \sin\left(\frac{17\pi}{2012}\right) = \frac{2013}{2012} \quad \text{et} \quad 5^2 = 3^2 + 4^2 \quad :(P) \quad (1)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; \quad -x^2 + 4x - 5 > 0 \quad :(Q) \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}^+; \quad x^3 + x^2 - 3x + 1 < 0 \quad :(R) \quad (3)$$

$$(\forall m \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); \quad x^2 + mx + (m-1) = 0 \quad :(S) \quad (4)$$

## تمرين 55:

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$1 + \sqrt{5} < 7\sqrt{7} \quad \text{ou} \quad 1 + 2 - 3 = \sqrt{11} \quad :(K) \quad (1)$$

$$2\sqrt{13} - 1 < 11 \Rightarrow \tan \pi = \sqrt{2} - 1 \quad :(L) \quad (2)$$

$$2\sqrt{11} < 19 \Rightarrow (\sin \pi = 2 \quad \text{et} \quad 3^{2012} - 1 \geq 34) \quad :(M) \quad (3)$$

$$(\exists x \in \mathbb{R})(\forall a \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}); \quad ay + 3x \geq 1 \quad :(N) \quad (4)$$

## تمرين 56:

(1) **بيان بواسطة التكافؤات المتتالية أن العبارة التالية صحيحة :**

$$(R): \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^2; \quad 16x^4 + 9y^4 \geq 24x^2y^2$$

(2) **بيان بواسطة الإستلزم المضاد للعكس أن العبارة التالية صحيحة:**

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+); \quad (x \neq y \quad \text{et} \quad xy \neq 1) \Rightarrow \left( \frac{\sqrt{x}}{x+1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y+1} \right)$$