

الجزء الأول:

1- لتكن  $(u_n)_n$  متتالية حسابية أساسها  $r$  بحيث :  $u_{13} = 2$  و  $u_{17} = 5$

(أ) بين أن أساس المتتالية  $(u_n)_n$  هو  $r = \frac{3}{4}$  (1 ن)

(ب) احسب  $u_{116}$ . ثم احسب المجموع :  $S = u_{13} + u_{14} + u_{15} + \dots + u_{116}$ . (0.5 ن + 1 ن)

2- حدد قيمة العدد الحقيقي  $x$  لكي تكون الأعداد  $2x+3$  و  $2x-1$  و  $2x-3$ ، بهذا الترتيب، حدود متتابعة في متتالية هندسية.

(1 ن)

الجزء الثاني:

(I) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_n$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 5$  و  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n}$

1- احسب  $u_1$ . ثم بين ، بالترجع ، أن  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 4$ . (0.5 ن + 1.5 ن)

2- (أ) تحقق من أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(4 - u_n)}{u_n}$  (0.5 ن)

(ب) أثبت أن  $(u_n)_n$  متتالية تناقصية . واستنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \leq 5$ . (0.5 ن + 1.5 ن)

3- لتكن  $(v_n)_n$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 1}$

(أ) بين أن  $(v_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{4}$  و احسب حدها الأول  $v_0$ . (0.5 ن + 1 ن)

(ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ . استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{1 - 4^{n+2}}{1 - 4^{n+1}}$  (0.5 ن + 1 ن)

4- نضع :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = v_0 + v_1 + v_3 + \dots + v_{n-1}$

بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = \frac{1}{3} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right)$  (1 ن)

(II)  $ABC$  مثلث . نعتبر النقطتين  $E$  و  $F$  بحيث  $\overline{AE} = 2\overline{AB}$  و  $F$  منتصف القطعة  $[AC]$ .

1- (أ) انشئ النقطتين  $E$  و  $F$  بالدقة اللازمة. (0.5 ن × 2)

(ب) بين أن  $E$  مرجح النقطتين المترنيتين  $(A; -1)$  و  $(B; 2)$ . (1 ن)

2- لتكن  $G$  مرجح النقط المترنة  $(A; -1)$  و  $(B; 2)$  و  $(C; 1)$ .

بين أن  $G$  منتصف القطعة  $[CE]$ . انشئ النقطة  $G$ . (0.5 ن + 1.5 ن)

3- (أ) انشئ النقطة  $K$  مرجح النقطتين المترنيتين  $(B; 2)$  و  $(C; 1)$ . (0.5 ن)

(ب) بين أن  $K$  و  $G$  و  $A$  نقط مستقيمية. (1 ن)

(ج) استنتج أن  $K$  مركز ثقل المثلث  $ACE$ . (1 ن)

4 - نعتبر  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى  $(P)$  التي تحقق :

$$\| -\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC} \| = CE$$

(أ) بين أن  $(\Gamma)$  هي دائرة محدد مركزها و شعاعها. (1 ن)

(ب) بين أن النقطة  $C$  تنتمي الى الدائرة  $(\Gamma)$ . (0.5 ن)