

التمرين الأول: (10 نقط)
1 أدرس حقيقة العبارات التالية:

$$(1) \quad P: \left[\frac{25}{9} = \frac{5}{3} \text{ أو } 3 \text{ يقسم } 213 \right]; \quad Q: \left[-4 = -4 \text{ و } \frac{-5}{2} < \frac{-1}{2} \right]$$

$$(1,5) \quad R: \left(\forall n \in \mathbb{N} \right) \frac{n+3}{5} \in \mathbb{N}; \quad S: \left(\exists n \in \mathbb{Z} \right) n^2 - 1 = 0$$

2 نعتبر العبارة $T: \left(\forall x \in \mathbb{R} \right) 3x^2 - 4x + 2 \leq 0$

- (0,5) أ- أعط نفي العبارة (T) .
- (0,5) ب- بين أن العبارة (T) خاطئة.

3 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - 2$

- و العبارة $P: \left(\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right) f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$
- (0,75) أ- حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 0$
- (0,75) ب- أعط نفي العبارة P
- (0,5) ج- استنتج أن العبارة P خاطئة.

4 باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس؛ بين أن:

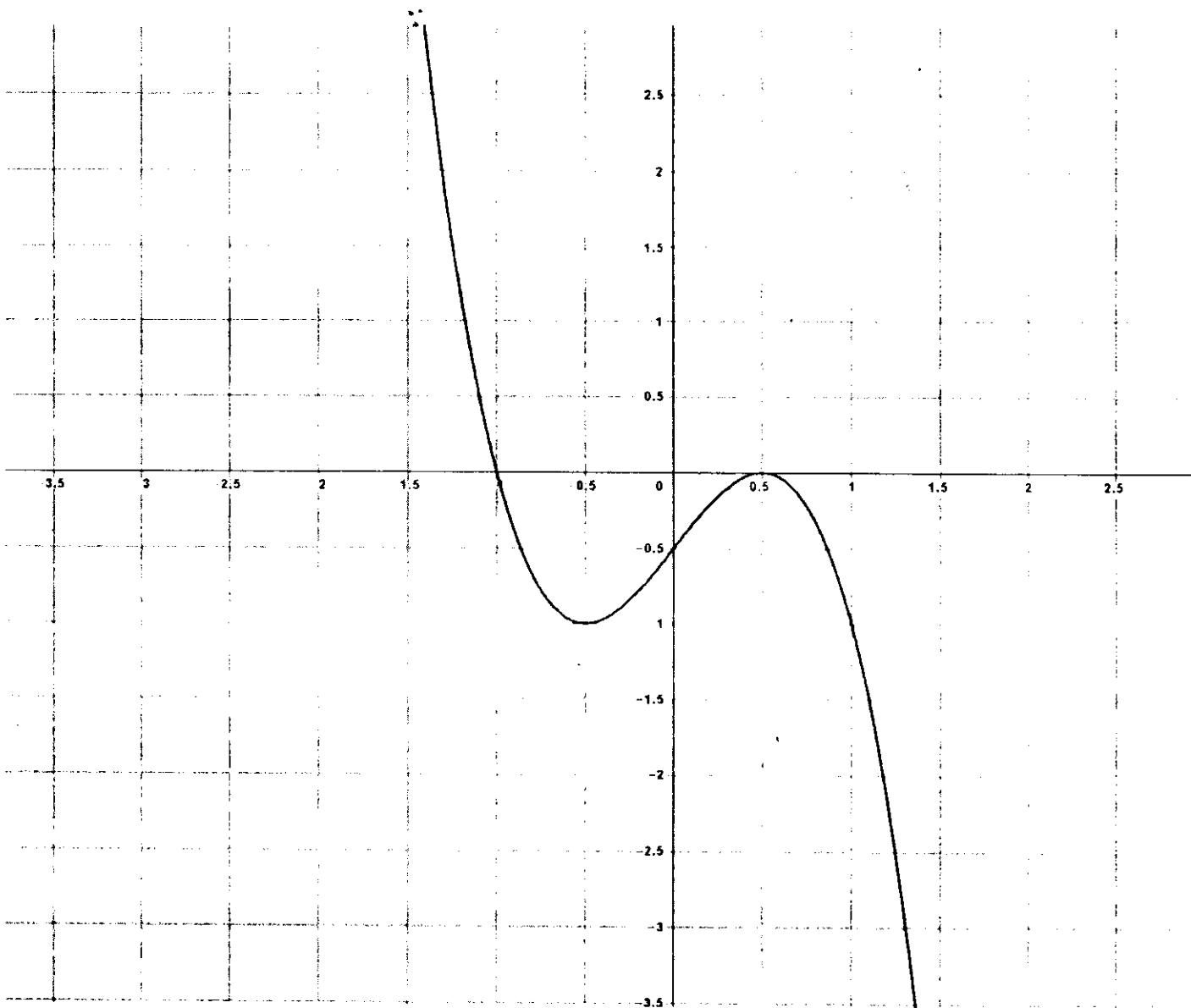
$$(1,5) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad [x \neq y \text{ و } xy \neq 1] \Rightarrow \left[\frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1} \right]$$

5 باستعمال الاستدلال بالتكافؤ؛ بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): \frac{x + \sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x+3}$
6 بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1} - 1}{6}$
التمرين الثاني: (4 نقط)

 نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{x^2 - 4x + 8}$

- (1,5) (1) بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}): x^2 - 4x + 8 > 0$ ثم D_f مجموعة تعريف الدالة f .
- (1) (2) بين أن العدد $f(2) = \frac{1}{2}$ قيمة دنيا للدالة f على \mathbb{R} .
- (0,75) (3) أ- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}): f(x) \leq 1$
- (0,75) ب- هل العدد 1 قيمة قصوى للدالة f على \mathbb{R} ؟

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = -2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ والتي تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كالآتي:



(0,75)

(1) أعط جدول تغيرات الدالة f .

(0,75)

(2) حدد إشارة $f(x)$ على \mathbb{R} .

(1)

(3) حل مبيانيا في \mathbb{R} المعادلة: $-2x^3 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

(1)

(4) بين أن: $f(x) \geq -1$ $\forall x \in]-\infty; \frac{1}{2}]$ مبيانيا

(1)

(5) حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة: $-2x^3 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$

(1,5)

(6) حل مبيانيا المتراجحة: $f(x) \leq -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$