

فرض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك	مبادئ في المنطق - عموميات حول الدوال حلول مقترحة	السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية
فرض تجاري من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان		
	<u>تمرين 1 :</u>	1
$\neg(P_1): \exists x \in IR \quad \forall y \in IR^+ \quad y^2 < x$ $\neg(P_2): \quad x^2 + y = y^2 + x \quad et \quad (x \neq y \quad et \quad x + y \neq 1)$		1
$x^2 + y = y^2 + x \Rightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0 \Rightarrow (x - y)(x + y) - (x - y) = 0$ $\Rightarrow (x - y)[(x + y) - 1] = 0 \Rightarrow (x - y = 0 \quad ou \quad x + y - 1 = 0) \Rightarrow (x = y \quad ou \quad x + y = 1)$	لدينا :	2
<ul style="list-style-type: none"> ▪ بالنسبة لـ $n = 0$ المتساوية صحيحة لأن: $1 = (0+1)^2$ ▪ نفترض أن $1+3+5+\dots+(2(n+1)+1) = (n+2)^2$ ونبين أن $1+3+5+\dots+(2(n+1)+1) = 1+3+5+\dots+(2n+1)+(2(n+1)+1) = (n+1)^2 + 2n + 2 + 1 = n^2 + 2n + 1 + 2n + 3 = n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$ 		
$\forall x \in IR \quad \sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x$	لدينا :	3
<ul style="list-style-type: none"> ▪ إذا كان $x \leq 0$ فإن المتفاوتة صحيحة لأن : $\sqrt{4x^2 + 3} \geq 0$ ▪ إذا كان $x > 0$ فإن: $\sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x \Rightarrow (\sqrt{4x^2 + 3})^2 - (2x)^2 = 4x^2 + 3 - 4x^2 = 3 > 0$ 		
<p>لأنقارن المربعات حتى يكون للعددين نفس الإشارة، وهذا ما استوجب دراسة الحالتين $x \leq 0$ و $x > 0$</p>		
<u>تمرين 2 :</u> نعتبر الدالة:	$f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ $Df = \{x \in IR / x^2 - x + 1 \neq 0\}$	
$a = 1$ محددة الحدودية $x^2 - x + 1$ هي : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 1 - 4 = -3 < 0$ إذن للحدودية نفس إشارة a إذن فهي موجبة على IR , أي أنها تخالف الصفر على IR , وبالتالي $Df = IR$	1	
<p>أن تكون المحددة سالبة لا يعني أن الحدودية سالبة بل مرتبطة بإشارة a, أما إذا كانت موجبة فإن ذلك سيستوجب دراسة الإشارة من خلال جدول الإشارات.</p>		
$\forall x \in IR \quad f(x) - f(1) = \frac{x}{x^2 - x + 1} - 1 = \frac{x - x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x^2 - 2x + 1)}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x-1)^2}{x^2 - x + 1}$	لدينا :	1
$\forall x \in Df \quad f(x) - f(1) \leq 0$ (حسب السؤال السابق) فإن: $x^2 - x + 1 > 0$ و $(x-1)^2 \leq 0$ ومنه: $\forall x \in Df \quad f(x) \leq f(1)$ وبالتالي الدالة f تقبل قيمة قصوى في النقطة 1	2	
$\forall x \in IR \quad -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(1-x)}{(1-x)^2 - (1-x) + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-1+x}{1-2x+x^2-1+x+1} + \frac{1}{x^2 - x + 1}$ $= \frac{-1+x}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{x}{x^2 - x + 1} = f(x)$	3	3
<p>يجب دائما البدى بالطرف الذى يمكن إجراء حسابات عليه كالنشر و توحيد المقام...</p>		

لدينا حسب السؤال الثاني $\forall x \in IR \quad f(1-x) \leq 1$ ، إذن : $\forall x \in IR \quad f(x) \leq 1$

منه : $\forall x \in IR \quad \frac{1}{x^2 - x + 1} > 0$ و بما أن : $\forall x \in IR \quad -f(1-x) \geq -1$

فإن : $\forall x \in IR \quad f(x) > -1$ وبالتالي : $\forall x \in IR \quad -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} > -1$

وجود المكمم الكوني \forall في عبارة يعني إمكانية التعويض بأي قيمة أو تعبير يحقق شرط العبارة، بمعنى أنه لكون $x \in IR$ فإننا نستطيع إستبداله بـ x في العبارة الأصلية.

تمرين 3 : $(\Delta): y = -2x + 2$ ، $g(x) = \sqrt{x}$ ، $f(x) = x^2 - x$

$$Dg = \{x \in IR / x \geq 0\} = [0; +\infty[$$

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	↗

1

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	↘	$-\frac{1}{4}$	↗

عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية
إذن تمثيلها المباني عبارة عن شلجم

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{4} \quad , \quad \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$$

2

لتحديد نقط تقاطع C_f مع محوري المعلم

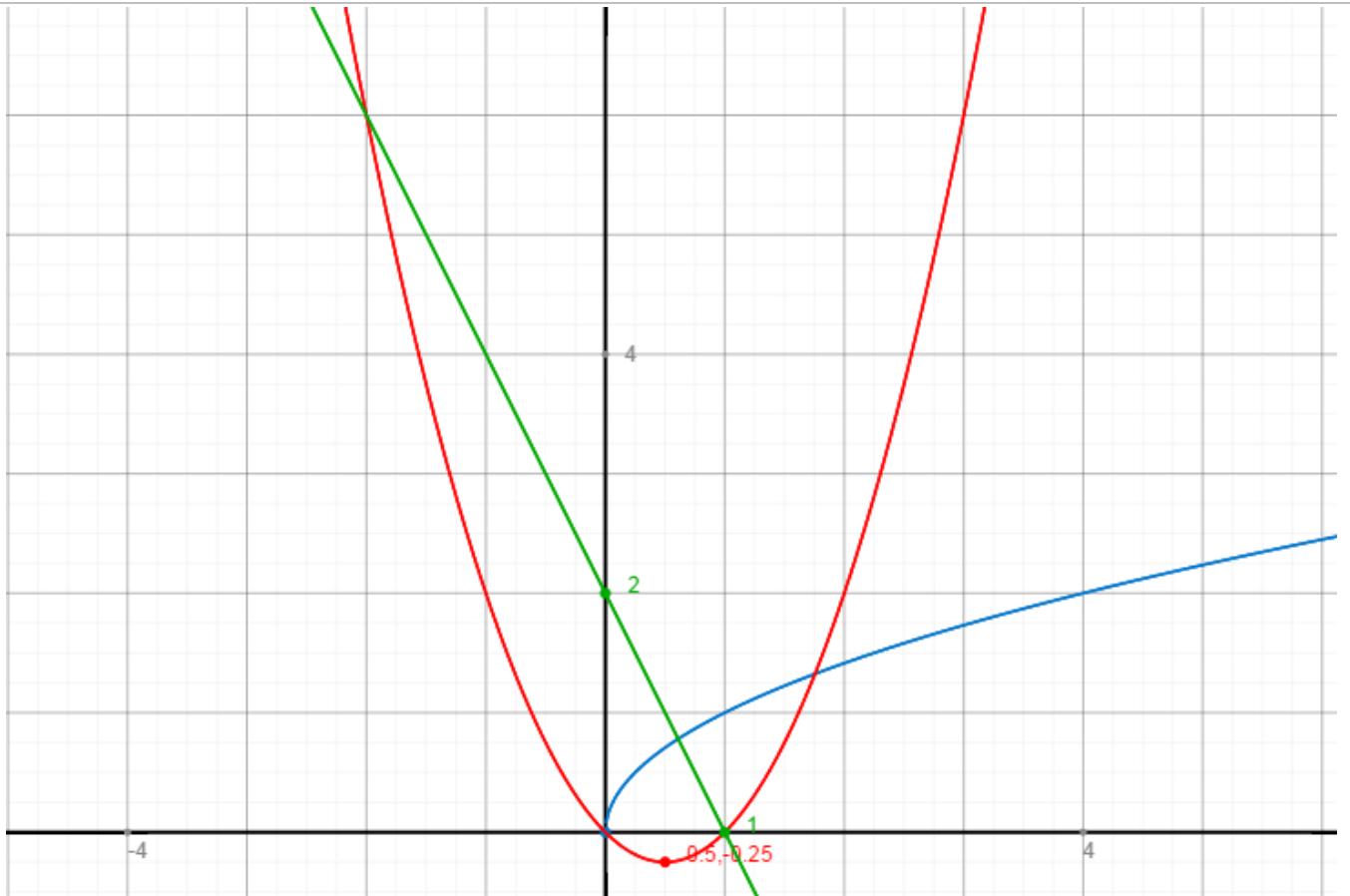
من أجل ذلك نحل المعادلة : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$

إذن C_f يقطع محور الأفاصيل في النقاطين : $A(0,0)$ و $B(1,0)$

وبما أن $f(0) = 0$ فإن C_f يقطع محور الأراتيب في النقطة : $A(0,0)$

دائماً لتحديد نقط تقاطع مع محور الأفاصيل نحل المعادلة $0 = f(x)$ و مع الأراتيب نحسب $f(0)$

3



4

$$\text{المعادلة: } \sqrt{x} = -2x + 2 \quad \text{تكافئ} \quad \sqrt{x} + 2x - 2 = 0$$

إذن لمعرفة عدد حلولها مبيانيا نبحث عن عدد نقط تقاطع منحني الدالة g و (Δ)
ونجد أن هذه المعادلة تقبل حلاً وحيداً (تقاطع اللوينين الأزرق والأخضر)

طلب هنا في هذا السؤال فقط عدد الحلول وليس تحديد هذه الحلول، في تلك الحالة سيكون علينا البحث عن
أفاصيل نقط التقاطع مما يتطلب أن يكون تمثيلنا المبيان دقيقاً.

لتحديد جبرياً إحداثيات نقط تقاطع Cf و (Δ)

$$\text{لحل المعادلة: } f(x) = -2x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x = -2x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1 \quad \Delta = 1+8=9$$

بالتالي Cf و (Δ) يتقاطعان في نقطتين: $(0, 0)$ و $(1, 1)$

$$\text{حل مبيانيا المتراجحة: } f(x) + 2x \geq 2$$

المتراجحة تكافئ $f(x) \geq -2x + 2$ ، إذن سنبحث عن المجال الذي يكون فيه منحني الدالة f فوق منحني
المستقيم (Δ) ، و نجد: $S =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$

$$f(-\infty; 0] = [0; +\infty[\quad , \quad f([2; +\infty[= [2; +\infty[\quad , \quad g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]\right) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[\quad , \quad g\left(\left[0; \frac{1}{4}\right]\right) = \left[0; \frac{1}{2}\right]$$

استعملنا التمثيل المبيان للدالتين g و f لتحديد صور المجالات المطلوبة

$$Dh = [0; +\infty[\quad h(x) = f \circ g(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} = x - \sqrt{x}$$

أ يجب تحديد مجموعة تعريف المركب قبل التبسيط، بمعنى أننا وجدنا مجموعة التعريف انطلاقاً من
 $x - \sqrt{x} \geq 0$ وليس من $\sqrt{x}^2 - \sqrt{x}$

$$g(I) = \left[0; \frac{1}{2}\right] \quad \text{و} \quad I = \left[0; \frac{1}{4}\right]$$

نعلم أن g تزايدية على I
وبما أن f تناصصية على I فإن h تناصصية على I

$$g(J) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[\quad \text{و} \quad J = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$$

نعلم g تزايدية على J
وبما أن f تزايدية على J فإن h تزايدية على J