

السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية	مبادئ في المنطق - عموميات حول الدوال حلول مقترحة	فروض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك
فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان		
تمارين 1 :		
1	$\neg(P_1): \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}^+ \quad y^2 < x$ $\neg(P_2): \quad x^2 + y = y^2 + x \text{ et } (x \neq y \text{ et } x + y \neq 1)$	
2	<p>لدينا :</p> $x^2 + y = y^2 + x \Rightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0 \Rightarrow (x - y)(x + y) - (x - y) = 0$ $\Rightarrow (x - y)[(x + y) - 1] = 0 \Rightarrow (x - y = 0 \text{ ou } x + y - 1 = 0) \Rightarrow (x = y \text{ ou } x + y = 1)$	
3	<p>بالنسبة لـ $n = 0$ المتساوية صحيحة لأن: $1 = (0 + 1)^2$</p> <p>نفترض أن $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$ ونبين أن $1 + 3 + 5 + \dots + (2(n + 1) + 1) = (n + 2)^2$</p> $1 + 3 + 5 + \dots + (2(n + 1) + 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) + (2(n + 1) + 1)$ $= (n + 1)^2 + 2n + 2 + 1$ $= n^2 + 2n + 1 + 2n + 3$ $= n^2 + 4n + 4$ $= (n + 2)^2$ <p>لدينا :</p>	
4	<p>لنبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x$</p> <p>إذا كان $x \leq 0$ فإن المتفاوتة صحيحة لأن : $\sqrt{4x^2 + 3} \geq 0$</p> <p>إذا كان $x > 0$</p> <p>فإن : $\left(\sqrt{4x^2 + 3}\right)^2 - (2x)^2 = 4x^2 + 3 - 4x^2 = 3 > 0$ ، منه : $\sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x$</p> <p>لأننا نلحق المربعين نفس الإشارة ، وهذا ما استوجب دراسة الحالتين $x \leq 0$ و $x > 0$</p>	
تمارين 2 : نعتبر الدالة : $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$		
1	<p>محددة الحدودية $x^2 - x + 1$ هي : $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 1 - 4 = -3 < 0$ ، إذن للحدودية نفس إشارة $a = 1$</p> <p>إذن فهي موجبة على \mathbb{R} ، أي أنها تخالف الصفر على \mathbb{R} ، بالتالي $Df = \mathbb{R}$</p> <p>أن تكون المحددة سالبة لا يعني أن الحدودية سالبة بل مرتبطة بإشارة a ، أما إذا كانت موجبة فإن ذلك سيستوجب دراسة الإشارة من خلال جدول الإشارات.</p>	
2	<p>لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - f(1) = \frac{x}{x^2 - x + 1} - 1 = \frac{x - x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x^2 - 2x + 1)}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x - 1)^2}{x^2 - x + 1}$</p> <p>و بما أن $-(x - 1)^2 \leq 0$ و $x^2 - x + 1 > 0$ (حسب السؤال السابق) فإن : $f(x) - f(1) \leq 0$</p> <p>منه : $\forall x \in Df \quad f(x) \leq f(1)$ بالتالي الدالة f تقبل قيمة قصوى في النقطة 1</p>	
3	<p>أ</p> $\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1 - x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(1 - x)}{(1 - x)^2 - (1 - x) + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-1 + x}{1 - 2x + x^2 - 1 + x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1}$ $= \frac{-1 + x}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{x}{x^2 - x + 1} = f(x)$ <p>يجب دائما البدئ بالطرف الذي يمكن إجراء حسابات عليه كالنشر و توحيد المقام...</p>	

لدينا حسب السؤال الثاني $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 1$ ، إذن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(1-x) \leq 1$

منه : $\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1-x) \geq -1$ و بما أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{x^2 - x + 1} > 0$

ب فإن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} > -1$ بالتالي : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) > -1$

وجود المكتم الكوني \forall في عبارة يعني إمكانية التعويض بأي قيمة أو تعبير يحقق شرط العبارة، بمعنى أنه لكون $1-x \in \mathbb{R}$ فإننا نستطيع إستبداله ب x في العبارة الأصلية.

تمرين 3 : $f(x) = x^2 - x$ ، $g(x) = \sqrt{x}$ ، $y = -2x + 2$: (Δ)

$$Dg = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\} = [0; +\infty[$$

x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	

1

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$-\frac{1}{4}$	

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية
إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} \quad , \quad \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$$

2

لنحدد نقط تقاطع Cf مع محوري المعلم

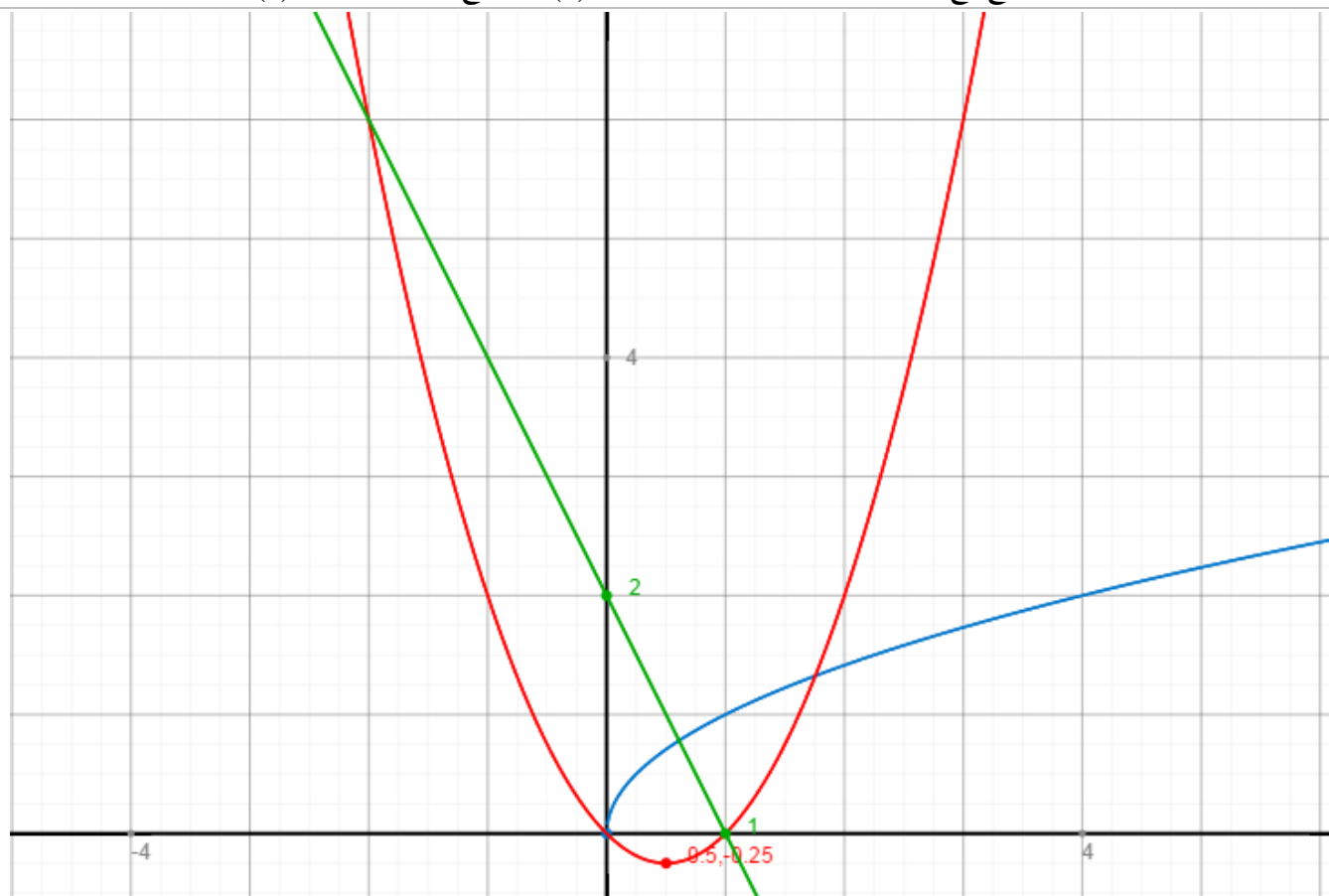
من أجل ذلك نحل المعادلة : $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$

إذن Cf يقطع محور الأفاصيل في النقطتين : $A(0,0)$ و $B(1,0)$

وبما أن $f(0) = 0$ فإن Cf يقطع محور الأرتيب في النقطة : $A(0,0)$

دائما لتحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل نحل المعادلة $f(x) = 0$ و مع الأرتيب نحسب $f(0)$

4



5	<p>المعادلة: $\sqrt{x} + 2x - 2 = 0$ تكافئ $\sqrt{x} = -2x + 2$</p> <p>إذن لمعرفة عدد حلولها مبيانيا نبحت عن عدد نقط تقاطع منحيي الدالة g و (Δ) ونجد أن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا (تقاطع اللونين الأزرق والأخضر)</p>
	<p>طلب منا في هذا السؤال فقط عدد الحلول وليس تحديد هذه الحلول، في تلك الحالة سيكون علينا البحث عن أفاصيل نقط التقاطع مما سيتطلب أن يكون تمثيلنا المبياني دقيقا.</p>
6	<p>لنحدد جبريا إحداثيات نقط تقاطع Cf و (Δ)</p> <p>لنحل المعادلة: $x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = -2x + 2 \Leftrightarrow f(x) = -2x + 2$</p> <p>$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$ و $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$ منه: $\Delta = 1 + 8 = 9$</p> <p>بالتالي Cf و (Δ) يتقاطعان في النقطتين: $E(1; 0)$ و $F(-2; 6)$</p>
7	<p>حل مبيانيا المتراجة: $f(x) + 2x \geq 2$</p> <p>المتراجة تكافئ $f(x) \geq -2x + 2$، إذن سنبحث عن المجال الذي يكون فيه منحنى الدالة f فوق منحنى المستقيم (Δ)، ونجد: $S =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$</p>
8	<p>استعملنا التمثيل المبياني للدالتين g و f لتحديد صور المجالات المطلوبة</p> <p>$f([-\infty; 0]) = [0; +\infty[$ ، $f([2; +\infty]) = [2; +\infty[$ ، $g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]\right) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ ، $g\left(\left[0; \frac{1}{4}\right]\right) = \left[0; \frac{1}{2}\right]$</p>
أ	<p>$Dh = [0; +\infty[$: منه $h(x) = f \circ g(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} = x - \sqrt{x}$</p> <p>يجب تحديد مجموعة تعريف المركب قبل التبسيط، بمعنى أننا وجدنا مجموعة التعريف انطلاقا من $(\sqrt{x})^2 - \sqrt{x}$ وليس من $x - \sqrt{x}$</p>
9	<p>نعلم أن g تزايدية على $I = \left[0; \frac{1}{4}\right]$ و $g(I) = \left[0; \frac{1}{2}\right]$</p> <p>وبما أن f تناقصية على $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ فإن h تناقصية على I</p> <p>نعلم g تزايدية على $J = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$ و $g(J) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$</p> <p>وبما أن f تزايدية على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ فإن h تزايدية على I</p> <p>ب</p>