هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:دراسة الدوال وتمثيلها

السنة الأولى من سلك الباكالوريا مسلك الآداب والعلوم الانسانية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي :

$f(x)=\dfrac{2x-1}{3x-6}$

حدد $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ وأول النتيجتين هندسيا

الأجوبة :

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x-1}{3x-6}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to 2^+} 2x-1=3$ و $\lim\limits_{x\to 2^+} 3x-6=0^+$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} 3x-6=0^-$

ومنه : $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $x=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين2 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي :

$f(x)=\dfrac{x+3}{2x+2}$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ وأول النتيجتين هندسيا

الأجوبة :

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x+3}{2x+2}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$2x+2$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to -1^+} x+3=2$ و $\lim\limits_{x\to -1^+} 2x+2=0^+$ و $\lim\limits_{x\to -1^-} 2x+2=0^-$

ومنه : $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $x=-1$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين3 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{6x+1}{2x-5}$

حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأول النتيجتين هندسيا

الأجوبة :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{6x}{2x}=\dfrac{6}{2}=3$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x}{2x}=\dfrac{6}{2}=3$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $y=3$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين4 : أحسب النهايات التالية و أول مبيانيا النتائج :

1) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+3}{x-2}$ و $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+3}{x-2}$

2) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{5}{2x-6}$ و $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{5}{2x-6}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+5}{x+2}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+5}{x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{6x+2}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{6x+2}$

الأجوبة :

1) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+3}{x-2}$ و $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+3}{x-2}$

$\lim\limits_{x\to 2^+} x+3=2$ و $\lim\limits_{x\to 2^+} x-2=0^+$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} x-2=0^-$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

ومنه : $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+3}{x-2}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+3}{x-2}=-\infty$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $x=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

2) $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{5}{2x-6}$ و $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{5}{2x-6}$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x-6$	$-$	0	$+$

$\lim\limits_{x\to 3^+} 2x-6=0^+$ و $\lim\limits_{x\to 3^-} 2x-6=0^-$

ومنه : $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{5}{2x-6}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{5}{2x-6}=-\infty$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $x=3$ مقارب للمنحنى (C_f)

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+5}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+5}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{6x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{6x}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{6x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{6x}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

التأويل المبياني : المستقيم ذا المعادلة $y=\dfrac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين5 : لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+4x+3$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل.

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته $(D): y=3$ في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

8) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D).

9) حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2+4x\geq 0$.

الأجوبة : 1) الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2+4x+3=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2+4x+3=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x)=\left(x^2+4x+3\right)'=2x+4$

$f'(x)=0$ يعني $2x+4=0$ يعني $x=-2$

ندرس اشارة : $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$

اذا كانت: $x\in[-2;+\infty[$ فان : $f'(x)\geq 0$ ومنه f تزايديه

اذا كانت: $x\in]-\infty;-2]$ فان : $f'(x)\leq 0$ ومنه f تناقصية

4) نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-1	↗ $+\infty$

5) تحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل

نحل المعادلة : $f(x)=0$ يعني $x^2+4x+3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=1$ و $b=4$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times3\times1=16-12=4=(2)^2>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-4+\sqrt{4}}{2\times1}=\dfrac{-4+2}{2\times1}=-1$ و $x_2=\dfrac{-4-\sqrt{4}}{2\times1}=\dfrac{-4-2}{2\times1}=-3$

ومنه نقط التقاطع هم : $A(-1;0)$ و $B(-3;0)$

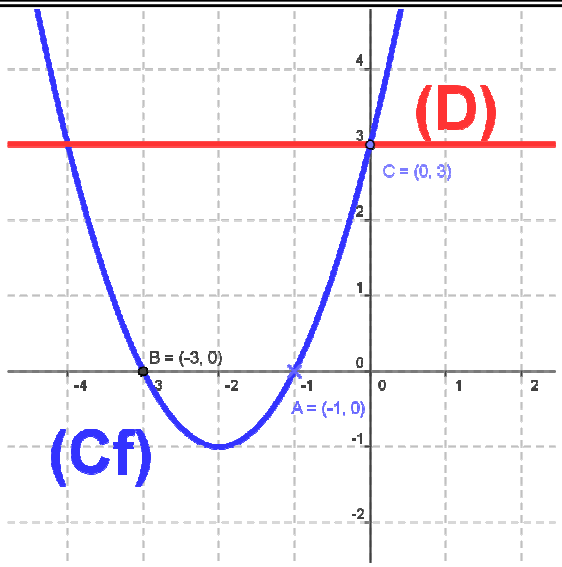
6) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

7) رسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم $(D): y=3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1
f(x)	3	0	-1	0	3	8



8) تحديد نقط تقاطع (C_f) و (D).

نحل المعادلة : $f(x)=y$ يعني $x^2+4x+3=3$

يعني $x^2+4x=0$ يعني $x(x+4)=0$ يعني $x=0$ أو $x+4=0$

يعني $x=0$ أو $x=-4$

ومنه نقط التقاطع هم : $E(0;3)$ و $F(-4;3)$

تمرين6: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-x^2+2x+3$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل.

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب.

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة :

1) الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2+2x+3=\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} -x^2+2x+3=\lim\limits_{x\to-\infty} -x^2=-\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x)=\left(-x^2+2x+3\right)'=-2x+2$

$f'(x)=0$ يعني $-2x+2=0$ يعني $x=1$

ندرس اشارة : $f'(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-2x+2$	$+$	0	$-$

اذا كانت: $x\in[1;+\infty[$ فان : $f'(x)\leq 0$ ومنه f تناقصية

اذا كانت: $x\in]-\infty;1]$ فان : $f'(x)\geq 0$ ومنه f تزايديه

4) نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات :

الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

(5

تحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل نحل المعادلة :

$f(x)=0$ يعني $-x^2+2x+3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=-1$ و $b=2$ و $c=3$

$\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4\times3\times(-1)=16=(4)^2>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$x_1=\frac{-(2)+\sqrt{16}}{-2}=-1$ و $x_2=\frac{-2-\sqrt{16}}{-2}=3$

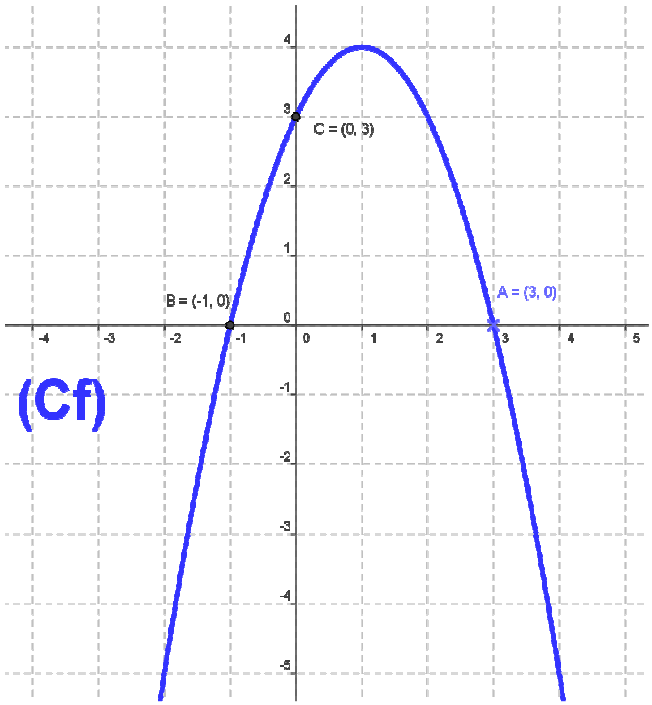
ومنه نقط التقاطع هم : $A(-1;0)$ و $B(3;0)$

6)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

7)رسم: C_f

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	-5	0	3	4	3	0	-5



تمرين7 : لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=2x^2-2x-3$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل.

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب.

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة : 1)الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2-2x-3=\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}2x^2-2x-3=\lim\limits_{x\to-\infty}2x^2=+\infty$

3) $\forall x\in\mathbb{R}: f'(x)=\left(2x^2-2x-3\right)'=4x-2$

$f'(x)=0$ يعني $4x-2=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$

ندرس اشارة : $f'(x)$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$4x-2$	$-$	0	$+$

اذا كانت: $x\in\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ فان : $f'(x)\geq0$ ومنه f تزايديه

اذا كانت: $x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ فان : $f'(x)\leq0$ ومنه f تناقصية

4)نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{7}{2}$	↗	$+\infty$

5)تحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل

نحل المعادلة : $f(x)=0$ يعني $2x^2-2x-3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=2$ و $b=-2$ و $c=-3$

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times2\times(-3)=4+24=28>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$x_1=\frac{2+\sqrt{28}}{2\times2}=\frac{2+\sqrt{4\times7}}{2\times2}=\frac{2+2\sqrt{7}}{2\times2}=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ و $x_2=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$

ومنه نقط التقاطع هم : $A\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2};0\right)$ و $B\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2};0\right)$

6)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=-3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-3)$

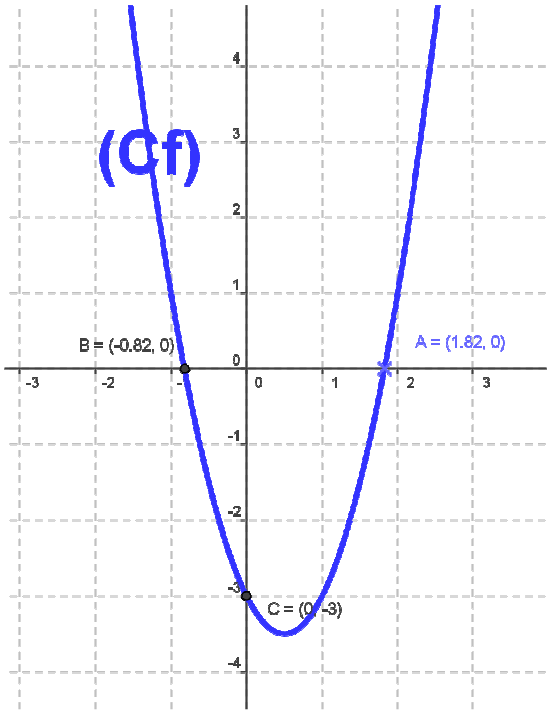
7)رسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

x	-2	-1	0	1/2	1	2	3
f(x)	9	1	-3	-7/2	-3	1	9



تمرين8: نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $g(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات الدالة g في محدات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدلة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g.
4. أنشئ منحنى الدالة g.

الأجوبة :

1)حيز تعريف الدالة g هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq 0\}=\mathbb{R}-\{-1\}$

و منه $D=]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$

و $\lim\limits_{x\to-1^-} g(x)=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=-1$ مقارب عمودي للمنحنى.

3)حساب الدالة المشتقة :

طريقة 1 :

$g(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (10 نستعمل القاعدة التالية : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

$g'(x)=\left(\dfrac{2x+1}{x+1}\right)'=\dfrac{(2x+1)'(x+1)-(2x+1)(x+1)'}{(x+1)^2}=\dfrac{2(x+1)-1\times(2x+1)}{(x+1)^2}$

لكل x من D $g'(x)=\dfrac{2x+2-2x-1}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{(x+1)^2}$

طريقة 2 :

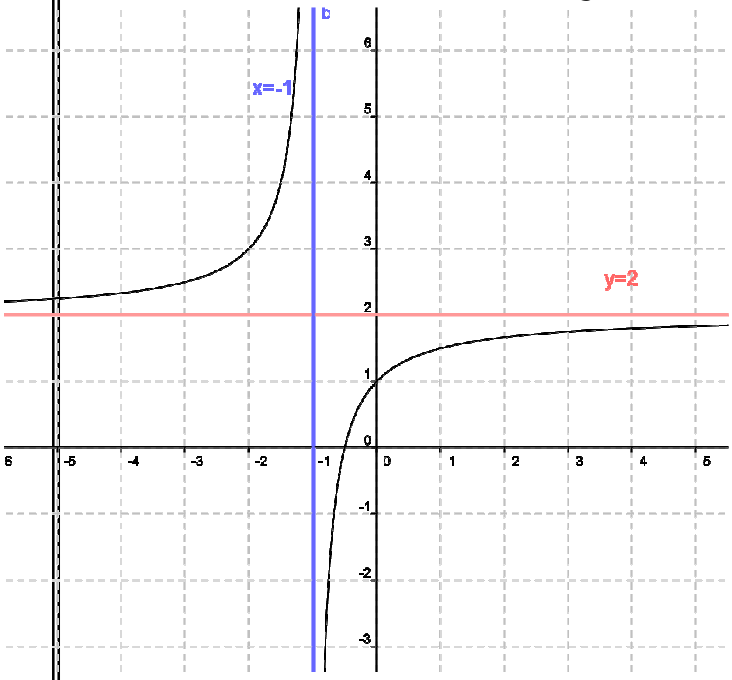
لكل x من D لدينا: $g'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{(x+1)^2}$

يعني: $(\forall x\in D)\ g'(x)>0$

4)جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$	$+$		$+$		
$g(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\quad -\infty$	$\nearrow$	2

منحنى الدالة g.



الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تمرين9 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$

1)حدد حيز تعريف الدالة f.

2)أحسب نهايات الدالة f في محدات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.

3)أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.

4)املأ الجدول التالي :

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

5)أنشئ منحنى الدالة f.

الأجوبة :

1)حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/\,x-2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{2\}$

و منه $D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=3$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x+1}{x-2}=+\infty$ و

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x+1}{x-2}=-\infty$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=2$ مقارب عمودي للمنحنى.

3) **طريقة 1 :**

$f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$ نستعمل القاعدة التالية : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

لكل x من D لدينا:

$$g'(x)=\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)'=\frac{(3x+1)'(x-2)-(3x+1)(x-2)'}{(x-2)^2}=\frac{3(x-2)-1\times(3x+1)}{(x-2)^2}$$

لكل x من D $f'(x)=\dfrac{3x-6-3x-1}{(x-2)^2}=\dfrac{-7}{(x-2)^2}\leq 0$

طريقة 2 : لكل x من D لدينا: $f'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & -2\end{vmatrix}}{(x-2)^2}=\dfrac{-7}{(x-2)^2}$

يعني: $(\forall x\in D)\, f'(x)<0$

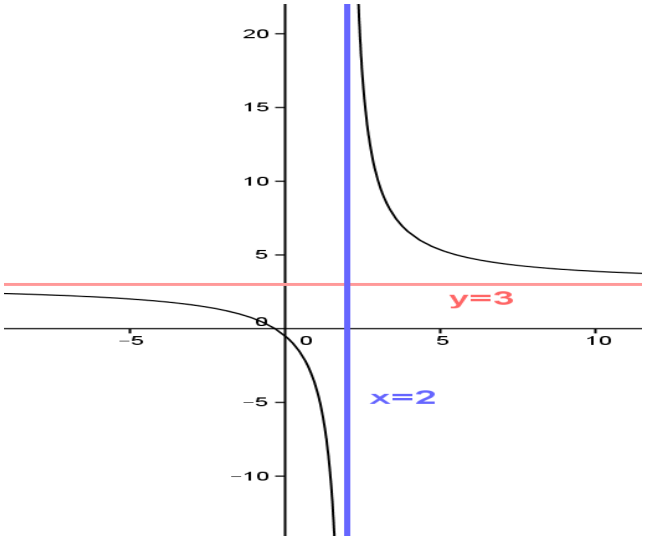
جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$\|$		$-$
$f(x)$	3	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	3
		$+\infty$	$\|$	$-\infty$	

4)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2 /3	-1/2	-4		10	13/2	4

5)



تمرين10: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

و $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس إشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل.

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب.

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة :

1)حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/\,x+2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{-2\}$

و منه $D=]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+3}{x+2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$	$-$		0		$+$

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{2x+3}{x+2}=-\infty$

و $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{2x+3}{x+2}=+\infty$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=2$ مقارب عمودي للمنحنى.

3) **طريقة 1 :**

$f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$ نستعمل القاعدة التالية : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

لكل x من D لدينا:

$$g'(x)=\left(\frac{2x+3}{x+2}\right)'=\frac{(2x+3)'(x+2)-(2x+3)(x+2)'}{(x+2)^2}=\frac{2(x+2)-1\times(2x+3)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x+4-2x-3}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}>0 \quad \text{لكل } x \text{ من } D$$

طريقة 2 : لكل x من D لدينا: $f'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{vmatrix}}{(x+2)^2}=\dfrac{1}{(x+2)^2}$

يعني: $(\forall x\in D)\ f'(x)>0$

4)جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$\|\|$		$+$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2

5)تحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل نحل المعادلة :

$f(x)=0$ يعني $\dfrac{2x+3}{x+2}=0$ يعني $2x+3=0$

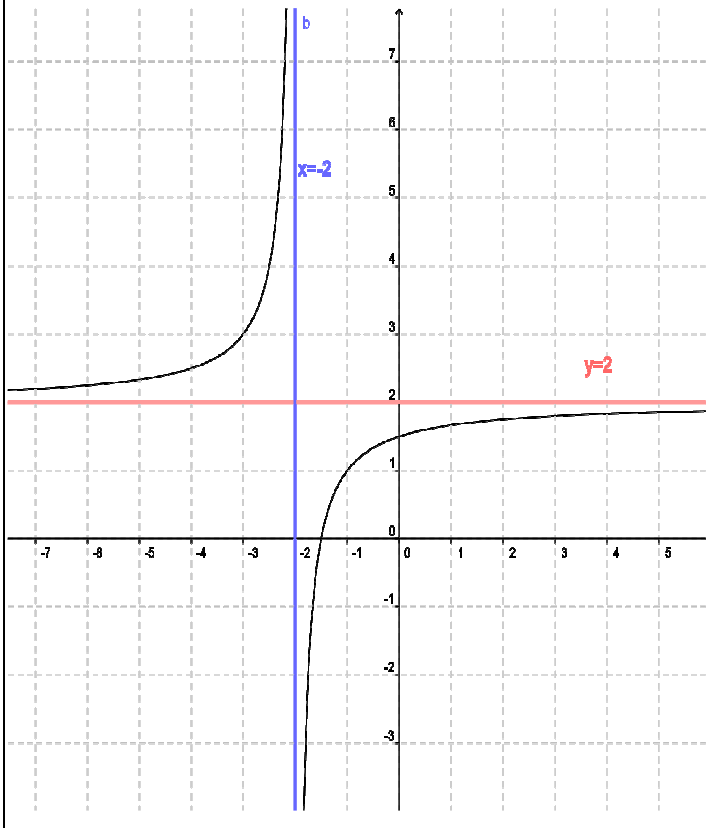
يعني $x=\dfrac{-3}{2}$ ومنه نقطة التقاطع مع محور الأفاصيلهي : $A\left(\dfrac{-3}{2};0\right)$

6)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$f(0)=\dfrac{3}{2}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $B\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$

7)رسم: C_f



تمرين11: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-4x$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f و
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f
4. أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها
5. حدد جدول تغيرات الدالة f
6. حدد معادلة لمماس المنحني (C_f) الممثل للدالة f في النقطة A التي أفصولها $x_0=-1$
7. حدد نقط تقاطع المنحني (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم.
8. أرسم المنحني (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

الأجوبة : $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-4x$

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2)أ) اذا كانت $x\in\mathbb{R}$ فان $-x\in\mathbb{R}$

ب) $f(-x)=\dfrac{1}{3}(-x)^3-4(-x)=-\dfrac{1}{3}x^3-4(-x)=-\left(\dfrac{1}{3}x^3-4x\right)=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

لأن نهاية دالة حدودية عند مالانهايةهي نهاية حدها الأكبر درجة

4) $f'(x)=\left(\dfrac{1}{3}x^3-4x\right)'=\dfrac{1}{3}3\times x^2-4=x^2-4$

$(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow x^2-2^2=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow f'(x)=0$

$x=2$ $\Leftrightarrow$ $x=-2$ أو

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x2-4$	$+$	0		$-$	0	$+$	

5)

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$16/3$	$\searrow$	$-16/3$	$\nearrow$	$+\infty$

6)معادلة لمماس ل (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0=-1$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ و $f(-1)=\dfrac{11}{3}$ و $f'(-1)=-3$

$y=-3x+\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow y=\dfrac{11}{3}-3(x+1)\Leftrightarrow y=f(-1)+f'(-1)(x+1)$

7)أ نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\dfrac{1}{3}x^3-4x=0$

يعني $x\left(\dfrac{1}{3}x^2-4\right)=0$ يعني $x=0$ أو $\dfrac{1}{3}x^2-4=0$

يعني $x^2=12$ يعني $x=0$ أو $x=\sqrt{12}$ أو $x=-\sqrt{12}$

يعني $x=0$ أو $x=2\sqrt{3}$ أو $x=-2\sqrt{3}$

الأستاذ : عثماني نجيب

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

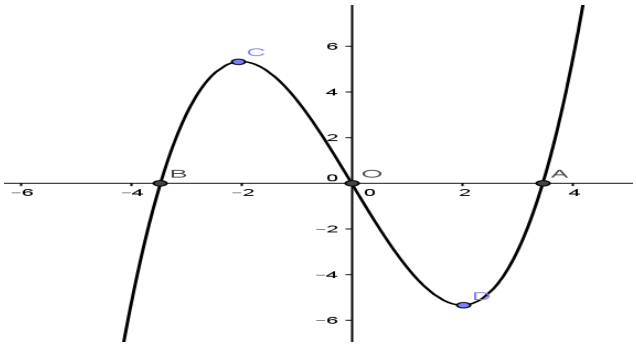
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ومنه نقط التقاطع هم : $A(2\sqrt{3};0)$ و $B(-2\sqrt{3};0)$ و $O(0;0)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=0$ ومنه نقطة التقاطع هي: $O(0;0)$

8)التمثيل المبياني للدالة f



تمرين12 : نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي :

$f(x)=x^3-3x^2+4$

ليكن (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة التعريف
2. أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها
3. ضع جدول تغيرات الدالة f .
4. حدد معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة $A(1;2)$
5. أحسب $f(-1)$ و $f(2)$ و أنشئ (C_f) و (T).

الأجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية $f(x)=x^3-3x^2+4$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

لأن نهاية دالة حدودية عند $+\infty$ و $-\infty$ هي نهاية حدها الأكبر درجة

2) $f'(x)=\left(x^3-3x^2+4\right)'=3\times x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow 3x=0$ أو $x-2=0$

$x=0 \Leftrightarrow x=2$ أو

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

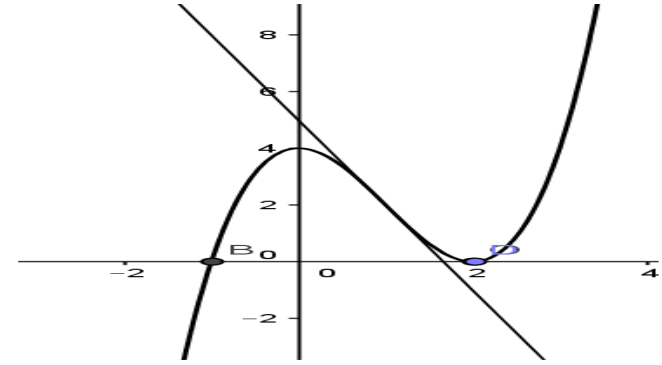
4)معادلة لمماس ل (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0=1$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ و $f(1)=2$ و $f'(1)=-3$

$y=-3x+5 \Leftrightarrow y=2-3(x-1) \Leftrightarrow y=f(1)+f'(1)(x-1)$

5)التمثيل المبياني للدالة f

$f(-1)=0$ و $f(2)=0$



تمرين13: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=x^3-3x^2+1$

1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

2) أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f

3) أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f

5) حدد معادلة لمماس المنحني (C_f) الممثل للدالة f في النقطة A التي أفصولها $x_0=-1$

6) أرسم المنحني (C_f) معلم متعامد ممنظم

الأجوبة : $f(x)=x^3-3x^2+1$:

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

3) $f'(x)=\left(x^3-3x^2+4\right)'=3\times x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow 3x=0$ أو $x-2=0$

$x=0 \Leftrightarrow x=2$ أو

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4)

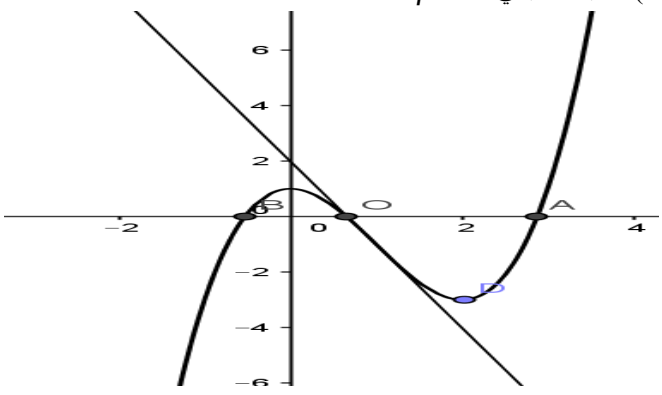
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

5)معادلة لمماس ل (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0=1$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ و $f(1)=-1$ و $f'(1)=-3$

$y=-3x+2 \Leftrightarrow y=-1-3(x-1) \Leftrightarrow y=f(1)+f'(1)(x-1)$

6)التمثيل المبياني للدالة f



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma