

الاشتقاق

ملخص الدرس 7

1 معادلة المماس لمنحنى عند نقطة أفصولها a :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

هي معادلة مماس لمنحنى f عند النقطة $(a, f(a))$

مثال: لنحدد معادلة المماس (T) لمنحنى f المعرفة كما يلي:

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ عند النقطة التي أفصولها } O.$$

$$\text{لدينا: } f(0) = 1 \text{ و } f'(0) = 0$$

إذن: معادلة (T) هي:

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$(T): y = 1$$

2 العمليات على الدوال المشتقة :

ليكن f و g دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال مفتوح I لدينا:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \cdot$$

$$(k \in \mathbb{R}) ; (kf(x))' = kf'(x) \cdot$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot$$

$$\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2} \quad (f(x) \neq 0) \cdot$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad (g(x) \neq 0) \cdot$$

$$[(f(x))^n]' = nf'(x)(f(x))^{n-1} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \text{ بحيث } \cdot$$

3 جدول للدوال المشتقة للدوال الاعتيادية :

الدالة f	مشتقتها f'
$a (a \in \mathbb{R})$	0
$ax + b, (a \in \mathbb{R}^*)$	a
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}, (x \in \mathbb{R}^*)$	$-\frac{1}{x^2}$

أمثلة: لنحسب مشتقة الدوال العددية التالية:

$$f(x) = 4x - 5 ; g(x) = (4x - 5)^2$$

$$h(x) = \frac{3x - 1}{x + 7}$$

$$f'(x) = (4x - 5)' = 4 \quad \text{لدينا:}$$

$$g'(x) = [(4x - 5)^2]' = 2(4x - 5)'(4x - 5) = 8(4x - 5)$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \left(\frac{3x - 1}{x + 7}\right)' \\ &= \frac{(3x - 1)'(x + 7) - (3x - 1)(x + 7)'}{(x + 7)^2} \\ &= \frac{3(x + 7) - (3x - 1)}{(x + 7)^2} = \frac{22}{(x + 7)^2} \end{aligned}$$

4 الدالة المشتقة ورتابة دالة عددية :

لتكن f دالة عددية و f' مشتقتها على I حيث I مجال مفتوح من D_f .

خاصية:

(1) إذا كانت $f'(x) \geq 0 \quad (\forall x \in I)$ ، فإن f تزايدية على I .

(2) إذا كانت $f'(x) \leq 0 \quad (\forall x \in I)$ ، فإن f تناقصية على I .