

ملخص درس عموميات الاشتقاق

III. جدول للدوال المشتقة لدوال اعتيادية و العمليات حول الدوال المشتقة

الدالة f	الدالة المشتقة f'
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = ax$	$f'(x) = a$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$ $n \in \mathbb{Z}^*$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = u + v$	$f'(x) = u' + v'$
$f(x) = u - v$	$f'(x) = u' - v'$
$f(x) = k.u$	$f'(x) = k.u'$
$f(x) = u \times v$	$f'(x) = u' \times v + u \times v'$
$f(x) = u^n$	$f'(x) = nu^n \times u'$
$f(x) = \frac{1}{u}$	$f'(x) = -\frac{u'}{u^2}$
$f(x) = \frac{u}{v}$	$f'(x) = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

1. رتبة دالة وإشارة مشتقاتها

خاصية: لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على مجال I

- f تزايدية على مجال I يعني $\forall x \in I \quad f'(x) \geq 0$
- f تناقصية على مجال I يعني $\forall x \in I \quad f'(x) \leq 0$
- f ثابتة على مجال I يعني $\forall x \in I \quad f'(x) = 0$

2. مطايف دالة قابلة للاشتقاق

خاصية 1: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال

مفتوح I و a عنصرا من I

- إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق في النقطة a وتقبل مطرا فا

في النقطة a فان $f'(a) = 0$

خاصية 2: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I

و a عنصرا من I

إذا كانت f تتعدم في النقطة a تتغير إشارتها فان

$f(a)$ هو مطراف للدالة f

I. قابلية اشتقاق دالة عددية في نقطة

1. العدد المشتق

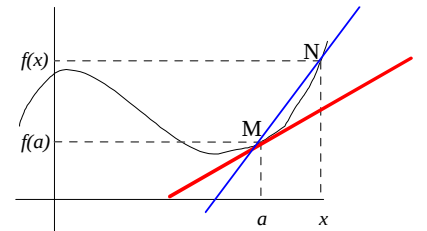
تعريف : لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I و a عنصرا من I

نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة a إذا وجد عدد حقيقي l

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$$

بحيث : l يسمى العدد المشتق للدالة في النقطة a

و نرمز له بالرمز : $f'(a)$



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

2. التاويل الهندسي للعدد المشتق - معادلة مماس لمنحنى دالة في نقطة

تعريف: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a و (C_f) منحناها في

معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$. المستقيم (Δ) المار من النقطة

$M(a; f(a))$ و الذي معاملته الموجه هو $f'(a)$ يسمى المماس

للمنحنى (C_f) في النقطة M

خاصية: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a . معادلة المماس

(Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة $M(a; f(a))$ هي :

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

مثال: تعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x) = x^2 - 2x + 1$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 2$.

2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0 = 2$.

الجواب (1): $f(2) = 2^2 - 2 \times 2 + 1 = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x + 1 - 1}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

ومنه f قابلة للاشتقاق عند : $x_0 = 1$

$$f'(2) = 2 \text{ وهو العدد المشتق عند } x_0 = 2$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (2)$$

$$y = 2x - 3 \Leftrightarrow y = 1 + 2(x - 2) \Leftrightarrow y = f(2) + f'(2)(x - 2)$$

II. الدالة المشتقة لدالة عددية

الاشتقاق على مجال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I

نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I إذا كانت f قابلة

للاشتقاق في كل نقطة من I