

الإشتقاق

(1) العدد المشتق في x_0

- نقول إن الدالة f قابلة للإشتقاق في x_0 إذا وجد عدد حقيقي l بحيث : $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$
- العدد l يسمى العدد المشتق للدالة f في x_0 و نكتب : $l = f'(x_0)$

(2) التآويل الهندسي للعدد المشتق

- دالة قابلة للإشتقاق في x_0 ، و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f
- معادلة المماس لمنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها x_0 هي :
$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

(3) الدالة المشتقة – اشتقاق بعض الدوال الاعتيادية

- نقول إن دالة f قابلة للإشتقاق على مجال مفتوح I ، إذا كانت قابلة للإشتقاق في كل نقطة من المجال I .
- الدالة المعرفة على I بما يلي :
$$\begin{array}{ccc} I & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f'(x) \end{array}$$
 تسمى الدالة المشتقة للدالة f على المجال I و نرمز لها ب f'

بعض الدوال المشتقة لبعض الدوال الاعتيادية

المجال	$f'(x)$	$f(x)$
$\mathbb{R}$	0	k
$\mathbb{R}$	a	ax
$\mathbb{R}$	a	$ax + b$
$\mathbb{R}$	$2x$	x^2
$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	$x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

$]-\infty, 0[$ أو $]0, +\infty[$	$\frac{-1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$
----------------------------------	------------------	---------------

(4) عمليات على الدوال المشتقة

الشرط	f'	f	الجمع
	$u' + v'$	$u + v$	
	$k u'$	$k u$	الضرب في عدد حقيقي k
	$u' v + u v'$	$u v$	الجداء
u لا تنعدم في I	$\frac{-u'}{u}$	$\frac{1}{u}$	المقلوب
v لا تنعدم في I	$\frac{u' v - u v'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	الخارج
	$2u' u$	u^2	المربع
	$n u' u^{n-1}$	$u^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	الأس

(5) مطاريّف دالة قابلة للإشتقاق على مجال

▪ رتبة دالة و إشارة مشتقتها :

ليكن I مجالا من $\mathbb{R}$ و f قابلة للإشتقاق على I .
• f ثابتة على $I \Leftrightarrow f'(x) = 0$ لكل x من I
• f تزايدية على $I \Leftrightarrow f'(x) \geq 0$ لكل x من I
• f تناقصية على $I \Leftrightarrow f'(x) \leq 0$ لكل x من I

• إذا كانت f قابلة للإشتقاق على مجال مفتوح I ، و تقبل مطرافا $f'(x_0) = 0$ في النقطة $x_0 \in I$ فإن :
• إذا كانت $f'(x_0) = 0$ و كانت f' تغير إشارتها بجوار x_0 فإن f تقبل مطرافا في x_0

■ التأويل الهندسي :

✓ العدد $f'(x_0)$ هو ميل مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $M_0(x_0, f(x_0))$

✓ إذا كان $f'(x_0) = 0$ فإن هذا المماس يكون موازيا لمحور الأفاصيل