

تمارين تطبيقية مصاحبة للدرس 6 مع حلولها

تمرين 2

أحسب النهايات التالية :

$$① \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$② \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x+2}$$

$$③ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3}$$

$$④ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1}$$

تمرين 1

أحسب النهايات التالية :

$$① \lim_{x \rightarrow (-1)} (4x^3 - 2x + 5)$$

$$② \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x+3}$$

$$③ \lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - 5x^2 + x + 13)$$

$$④ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x-x^3}{x+1}$$

$$⑤ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5}$$

$$⑥ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3-x}{-x^3+7}$$

حل التمرين 2

لنحسب النهايات التالية :

$$① \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$② \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = -2-2 = -4$$

$$③ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 3-3 = 0$$

$$④ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+2x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(3x-1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (3x-1) = 3(-1)-1 = -4$$

حل التمرين 1

لنحسب النهايات التالية :

$$① \lim_{x \rightarrow (-1)} (4x^3 - 2x + 5) = 4(-1)^3 - 2(-1) + 5 = -4 + 2 + 5 = 3$$

$$② \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x+3} = \frac{2^3-8}{2+3} = \frac{0}{7} = 0$$

$$③ \lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - 5x^2 + x + 13) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4x^3 = -\infty$$

$$④ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x-x^3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$$

$$⑤ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$⑥ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3-x}{-x^3+7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3}{-x^3} = -13$$

لدينا : ③ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+3}{2-x}$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} (4x+3) = 11$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2-x) = 0^-$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	+	○	-

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+3}{2-x} = -\infty$

لدينا : ④ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{3-x}$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} (1-x) = 1-3 = -2$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} (3-x) = 0^-$
 ومنه : $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{3-x} = +\infty$

تمرين 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي $f(x) = \frac{2x-1}{x+5}$

1 - حدد Df مجموعة تعريف f .

2 - أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x)$

حل التمرين 4

1 - لنحدد Df .

$Df = \{x \in \mathbb{R} / x+5 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-5\}$

2 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-5)^+} \frac{2x-1}{x+5} = \frac{-11}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{2x-1}{x+5} = \frac{-11}{0^-} = +\infty$

تمرين 3

أحسب النهايات التالية :

① $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1}$

② $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x+3}{x+1}$

③ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+3}{2-x}$

④ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1-x}{3-x}$

حل التمرين 3

لنحسب النهايات التالية :

① $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1}$

لدينا : $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x-1) = 2(1) - 1 = 1$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0^+$

لأن جدول إشارة $(x-1)$ هو :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	○	+

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$

② $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x+3}{x+1}$

لدينا : $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (8x+3) = -8+3 = -5$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x+1) = 0^-$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	-	○	+

ومنه : $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{8x+3}{x+1} = +\infty$