

الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

تمارين محلولة: النهايات  
السنة الأولى من سلك البكالوريا مسك الآداب  
والعلوم الانسانية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-20}{-2x+4} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{-2x+6} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{-2x+6} \quad (2)$$

أجوبة: (1)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x-8 = -2$

|        |           |     |           |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |
| $2x-4$ | $-$       | $0$ | $+$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0^+$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = +\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 2^-} 2x-4 = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} -2x+6 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^-} x-4 = -1$  (2)

|         |           |     |           |
|---------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
| $-2x+6$ | $+$       | $0$ | $-$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow 3^+} -2x+6 = 0^-$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{-2x+6} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{-2x+6} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 3^-} -2x+6 = 0^+$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2}$

لدينا  $\lim_{x \rightarrow -2^+} x+2 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} -5x^2+1 = -19$

|       |           |      |           |
|-------|-----------|------|-----------|
| $x$   | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |
| $x+2$ | $-$       | $0$  | $+$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-5x^2+1}{x+2} = +\infty$

(4) لدينا  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-4 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x-20 = -10$

|         |           |     |           |
|---------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |
| $-2x+4$ | $+$       | $0$ | $-$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-20}{-2x+4} = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x-20}{-2x+4} = +\infty$

تمرين 7: أحسب النهايات التالية:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-5}{-2x+8}$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{3x-9}$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{3x-9}$  (2)

و  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-5}{-2x+8}$

أجوبة: (1)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x-9 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x+1 = 7$

|        |           |     |           |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
| $3x-9$ | $-$       | $0$ | $+$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} 3x-9 = 0^+$

تمرين 1: أحسب النهايات التالية :

(1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x-1}{3x^2-x}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow -1} (3+x-3x^2)$

أجوبة:

$\lim_{x \rightarrow -1} 3+x-3x^2 = 3+(-1)-3(-1)^2 = 3+(-1)-3 = -1 = l$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x-1}{3x^2-x} = \frac{5 \times (-1) - 1}{3(-1)^2 - (-1)} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} = l$

تمرين 2: أحسب النهايات التالية : (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^6$  (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2014}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2015}$  (4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x^9$

أجوبة: (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^6 = +\infty$  (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2014} = +\infty$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2015} = -\infty$  (4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x^9 = +\infty$

تمرين 3: أحسب النهايات التالية : (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^5}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x^7}$  (4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5}$  (5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^{2009}}$

أجوبة: (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} = 0^+$  (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^5} = 0^-$

(3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x^7} = 0^-$  (4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5} = 0^-$  (5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^{2009}} = 0^+$

تمرين 4: أحسب النهايات التالية :

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3}$  (3)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4}$  (5)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}}$  (6)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x+7+\frac{1}{\sqrt{x}}$

أجوبة:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} = +\infty$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3} = -\infty$  (3)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5} = +\infty$

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4} = -\infty$  (5)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}} = -\infty$  (6)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x+7+\frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

تمرين 5: أحسب النهايات التالية: (1)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2x-4}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2x-4}$

أجوبة: (1)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-6 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x+1 = 10$

|        |           |     |           |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
| $2x-6$ | $-$       | $0$ | $+$       |

ومنه :  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2x-6} = +\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-6 = 0^+$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2x-6} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 3^-} 2x-6 = 0^-$

تمرين 6: أحسب النهايات التالية:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-8}{2x-4}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-8}{2x-4}$

**أجوبة (1): لدينا :**  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow 4} 4x - 5 = 11$

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x - 5}{\sqrt{x}} = \frac{11}{2}$

**(2) لدينا :**  $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 4 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} x - 2 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $\frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$

**تمرين 12:** أحسب النهايات التالية :

(1)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 9}$  (3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 6}{\sqrt{x} + 3}$

**أجوبة (1): لدينا :**  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x + 3} = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x - 6 = -4$

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 6}{\sqrt{x} + 3} = \frac{-4}{2} = -2$

(2) لدينا :  $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 - 9 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} x - 3 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م مثلاً بالتعميل ثم بالاختزال:  
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3^2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} x + 3 = 4$

(3) لدينا :  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 2x - 1 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} 4x^2 - 1 = 0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م مثلاً بالتعميل ثم بالاختزال:

**تمرين 13:** أحسب النهاية التالية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 5x - 4$

**الجواب:** نهاية دالة حدودية عندما تؤول  $x$  إلى  $+\infty$  أو إلى  $-\infty$  هي نهاية حدها الأكبر درجة

اذن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 + 5x - 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 = +\infty$

**تمرين 14:** أحسب النهاية التالية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - x^2 + 1}{x^4 + x - 4}$

**الجواب:** نهاية دالة جذرية عندما تؤول  $x$  إلى  $+\infty$  أو إلى  $-\infty$  هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة.

اذن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6 - x^2 + 1}{x^4 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6}{x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 = +\infty$

**تمرين 15:** أحسب النهايات التالية : (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x - 9x^2$

(2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5 + 3x^2 + x}{-10x^5 - x - 1}$  (3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 - 4x + 12)$

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6}$  (5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1}$

(6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(x - 1)^2}$  (7)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4x^2 + 1}{x^8 - x + 3}$

**أجوبة (1):**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 5x - 9x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -9x^2 = -\infty$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 - 4x + 12 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -5x^3 = +\infty$

(3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5 + 3x^2 + x}{-10x^5 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^5}{-10x^5} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6 + 2x^2 + 1}{x^3 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^6}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$

(5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20x^3 - 7x^2 + x}{10x^4 - 3x - 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20x^3}{10x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20}{10x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x + 1}{3x - 9} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 3^-} 3x - 9 = 0^-$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 4^+} x - 5 = -1$

|           |           |   |           |
|-----------|-----------|---|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |
| $-2x + 8$ | +         | 0 | -         |

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 5}{-2x + 8} = +\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x - 5}{-2x + 8} = -\infty$  و بالتالي :  $\lim_{x \rightarrow 4^+} -2x + 8 = 0^+$

**تمرين 8:** أحسب النهاية التالية :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

**الجواب :**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 7 = 7$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x = 0$

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

**تمرين 9:** أحسب النهايات التالية : (1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^4$  و (2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x$

(3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x})$  (4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) \times \frac{1}{x}$  (5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} \times (x^3 + 1)^{2009}$

**أجوبة (1):**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^4 = 5 \times (+\infty) = +\infty$

(2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = +\infty - \infty$  نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $+\infty - \infty$

نرفع ال ش غ م مثلاً بالتعميل :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - 1)$

**لدينا :**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x = +\infty$

(3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1)^{2009} = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} = +\infty$  **ومنه :**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^{2008} \times (x^3 + 1)^{2009} = -\infty$

(4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^-$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) = +\infty$  نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $0 \times \infty$

نرفع ال ش غ م مثلاً بالنشر :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) \times \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{x} = +\infty + 0 = +\infty$

(5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x} = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$  نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :

$+\infty - \infty$  نرفع ال ش غ م مثلاً بالتعميل :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = +\infty$

**تمرين 10:** أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|}$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 7} + \frac{1}{x^2}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x + 7} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

**أجوبة (1): لدينا :**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x + 7} = \frac{1}{7}$

**ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{3x + 7} + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 7} + \frac{1}{x^2} = 0$  **ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 7} = 0$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$  **ومنه :**  $\lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0^+$

**تمرين 11:** أحسب النهايات التالية : (1)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x - 5}{\sqrt{x}}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

**تمرين 3:** أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7}{x} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} \quad (1) \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12}{x^2} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x^5} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} \quad (4) \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-9}{x^2} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x} \quad (7) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^2} \quad (12) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x^5} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{x} \quad (10) \end{aligned}$$

**تمرين 4:** أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^4 \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 \quad (1) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^5 \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^5 \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2}x^2 \quad (4) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{3}x^3 \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^4 \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^4 \quad (7) \\ & (12) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 + \frac{2}{x} - 3 \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -7x^9 \quad (10) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^5 + \frac{-7}{x} + 1 \quad (13) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 7x^3 + \frac{1}{x} + 2 \end{aligned}$$

**تمرين 5:** أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 \quad (1) \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x + 9 \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -6x^5 + 7x + 9 \quad (3) \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2}{x^4 + x - 1} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} \quad (5) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^7 + x}{5x - 1} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} \quad (7) \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x + 2}{x^4 + 2x + 6} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^8 - x}{9x^4 - 1} \quad (9) \end{aligned}$$

**تمرين 6:** أحسب النهايات التالية :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (1) \\ & \lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 100}{x - 10} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad (4) \\ & \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} \quad (7) \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} \quad (6) \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 3} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 4x + 3} \quad (8) \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x + 1}{2x - 4} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x + 1}{2x - 4} \quad (1) \quad \text{أحسب النهايات التالية:}$$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x + 1}{2x - 2} \quad (4) \quad \text{و} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 4}{-2x + 6} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 4}{-2x + 6} \quad (2) \end{aligned}$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4x^2 + 1}{x^8 - x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5}{x^8} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^3} = 0^+ \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3 \quad (7)$$

**تمرين 16:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 + 3x + 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^2 = -\infty \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 - 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -6x^3 = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 2}{4x^3 + 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{4x^3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + x^2 + 2}{x^3 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^4 = -\infty \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+7} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} \quad (1) \quad \text{تمرين 17:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} = \sqrt{3 \times 2^2 + 4} = \sqrt{16} = 4 \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 7 = +\infty \quad \text{لأن:} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+7} = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 + 22} \quad (1) \quad \text{أحسب النهايات التالية:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 + 22} = \sqrt{3 \times 3^2 + 22} = \sqrt{49} = 7 \quad (1) \quad \text{أجوبة:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} = |-1^2 + 2 \times 1 - 7| \sqrt{1+1} = 6\sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+1} = |-6| \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

**تمارين للبحث**

$$\lim_{x \rightarrow -1} 3 + x - 3x^2 \quad (1) \quad \text{أحسب النهايات التالية:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3x^2 + 4} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x - 1}{3x^2 - x} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x + 6}{5x - 1} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow 2} |-x^2 + 2x - 7| \times \sqrt{x+7} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 + 2x - 1} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{3}{2}x^3 + 4} \quad (7) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{5x - 1}{2x^2 - x}} \quad (6)$$

**تمرين 2:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-12}{x^4} \quad (4) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{9}{x^5} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-5}{x^3} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 7 + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^4} \quad (10) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-8}{x^5} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4}{x^3} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-3}{x} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} -5x + 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (12) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{\sqrt{x}} \quad (11)$$