

الحساب العددي

I. التناسبية

(1) النسب المئوية

E مجموعة عدد عناصرها n و A جزء من E عدد عناصره m
النسبة المئوية التي تمثلها A في E هو العدد p الذي يحقق : $p = \frac{m}{n} \times 100$ و نرسم له ب $p\%$

• لحساب ما يمثله كسر $\frac{p}{q}$ من x نضرب x في $\frac{p}{q}$:

$$x \times \frac{p}{q} \text{ هي قيمة ما يمثله } \frac{p}{q} \text{ من } x$$

• للحصول على النسبة المئوية التي يمثلها الكسر $\frac{p}{q}$ نكتب الكسر $\frac{p}{q}$ على شكل كسر مقامه 100

$$\text{مثلا } \frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} \text{ إذن } \frac{2}{5} \text{ يمثل نسبة } 40\%$$

(2) حساب زيادة أو تخفيض $p\%$

• للحصول على القيمة الجديدة y بعد الزيادة في القيمة الأولى x بنسبة $p\%$ نضرب x في $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ و هكذا فإن :

$$y = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \times x$$

• للحصول على القيمة الجديدة y بعد التخفيض في القيمة الأولى x بنسبة $p\%$ نضرب x في $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ و هكذا فإن :

$$y = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \times x$$

(3) التناسب و التناسب العكسي

a و b و c و d أعداد حقيقية غير منعدمة

- يكون a و b متناسبين مع c و d إذا كان : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- يكون a و b متناسبين عكسيا مع c و d إذا كان : $\frac{a}{\frac{1}{c}} = \frac{b}{\frac{1}{d}}$ أي $ac = bd$
- تكون الأعداد a و b و c و d في هذا الترتيب تناسبا إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- الرابع المتناسب للأعداد a و b و c هو العدد x بحيث تكون الأعداد a و b و c و x في هذا الترتيب تناسبا أي $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$
- الواسط المتناسب لعددتين a و b هو العدد x بحيث تكون الأعداد a و b و x و x في هذا الترتيب تناسبا أي $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ أي $x^2 = ab$

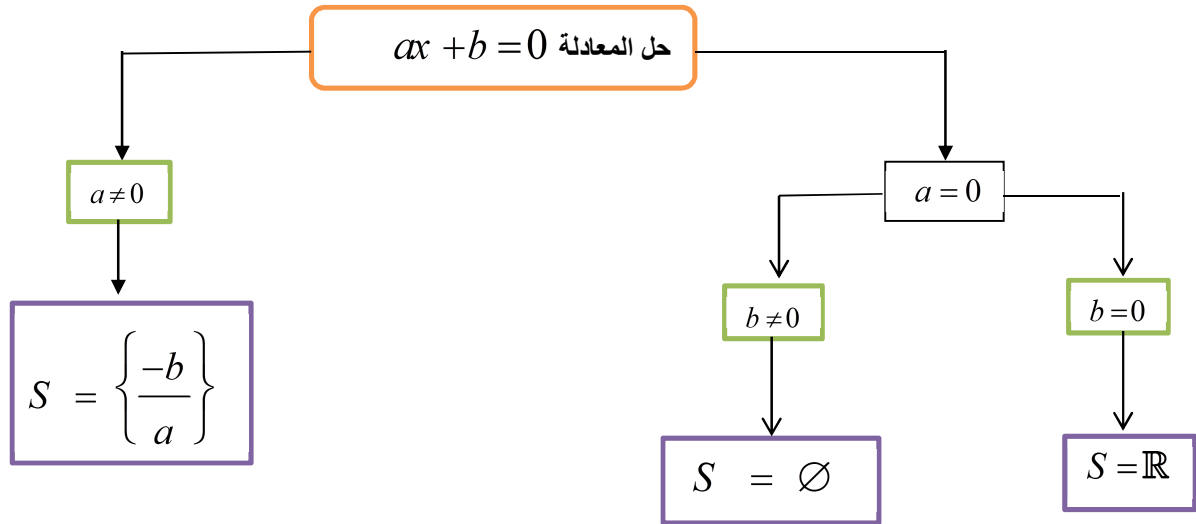
إذا كانت الأعداد a_1 و a_2 و a_3 متناسبة مع الأعداد غير المنعدمة b_1 و b_2 و b_3 فإن :

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3}{\alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \alpha_3 b_3} \quad \text{مع } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ أعداد حقيقية بحيث : } \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \alpha_3 b_3 \neq 0$$

II. المعادلات – المترجمات – النظم

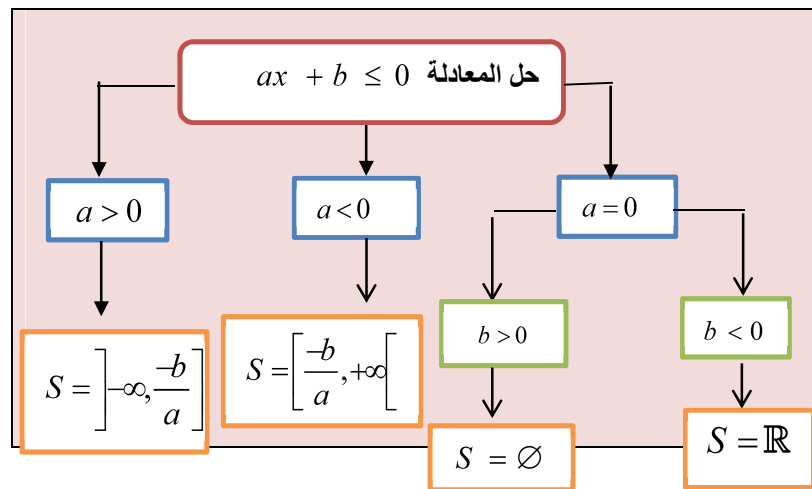
(1) معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax + b = 0$ حيث x هو المجهول و a و b عددين حقيقيين معلومان



(2) متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في $\mathbb{R}$ هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل $ax + b > 0$ أو $ax + b \geq 0$ أو $ax + b < 0$ أو $ax + b \leq 0$ حيث x هو المجهول و a و b عددين حقيقيين معلومان



(3) جدول إشارة الحدانية $ax + b$

نعتبر الحدانية $ax + b$ حيث $a \neq 0$

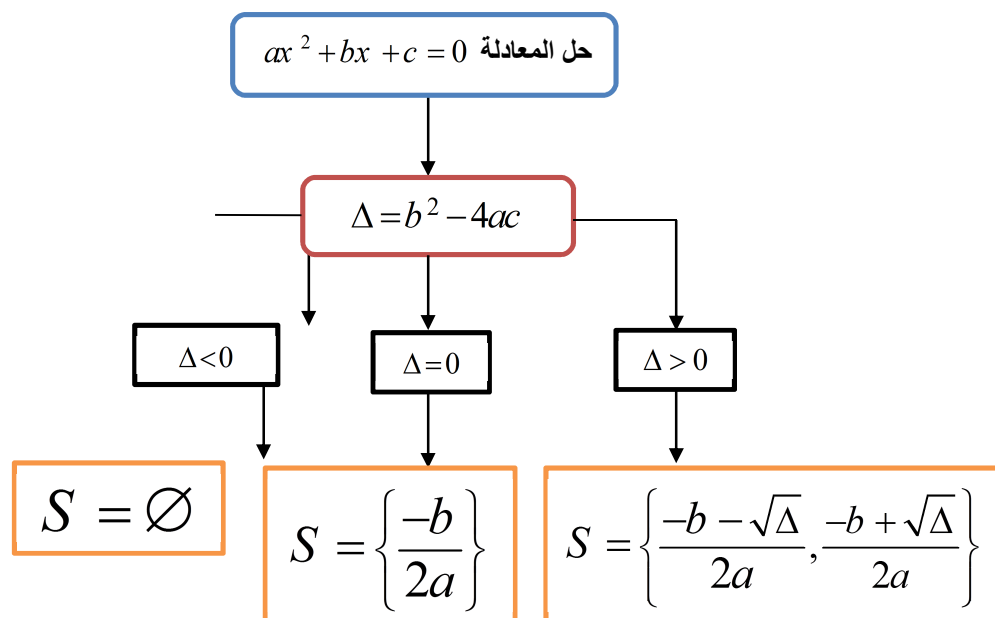
- إذا كان $x \geq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي إشارة a
- إذا كان $x \leq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي عكس إشارة a

(4) معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{(2a)^2} \right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \neq 0$

- كل معادلة على الشكل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \neq 0$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في $\mathbb{R}$
- العدد $\Delta = b^2 - 4ac$ يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ بحيث $a \neq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها و Δ مميزها .



(5) تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ وليكن Δ مميزها

- إذا كان $\Delta > 0$ فإن المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 ولدينا :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- إذا كان $\Delta = 0$ فإن :

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

- إذا كان $\Delta < 0$ فإن ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في $\mathbb{R}$

(6) إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x) = ax^2 + bx + c$ و Δ مميزها

- إذا كان $\Delta > 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a خارج الجذرين ، وإشارة $P(x)$ هي عكس إشارة العدد a داخل الجذرين

- إذا كان $\Delta = 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x مخالف للعدد $-\frac{b}{2a}$

- إذا كان $\Delta < 0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x من $\mathbb{R}$

(7) أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S) : \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ تسمى أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .

العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ يسمى محددة النظمة (S) .

$$(S): \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ نعتبر النظام}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \text{ و } x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} : \text{ حيث } (x, y) \text{ هو الزوج}$$

$$\bullet \text{ إذا كان : } \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0 \text{ فإن النظام تقبل حلا وحيدا هو الزوج } (x, y)$$

$$\bullet \text{ إذا كان } \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0 \text{ فإنه قد لا يكون لهذه النظام أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول}$$