



مستوى: السنة الأولى من سلك البكالوريا

- **شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية**
 - **شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية**
- محتوى الدرس و الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس و التعليمات الرسمية**

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
3.1. التناسبية: النسب المئوية؛ السلم.	- توظيف التناسبية لمعالجة وضغيات متنوعة.	- يتم التذكير بمفهوم التناسبية وبالمفاهيم المرتبطة به وتثبيتها في وضغيات تخدم خصوصيات هاتين السبعيتين.
3.2. المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد؛ - إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية؛ - نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.	- حل معادلات ومتراجحات تؤول في حلها إلى معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد؛ - حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرائق المتاحة؛ - تربيض وضغيات تتضمن مقادير متغيرة تؤول في حلها إلى حل معادلات أو متراجحات أو نظمات.	- إن حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى ومن الدرجة الثانية بمجهول واحد وحل نظمات من معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين قد سبقت ممارستهما لذا يجب تجنب تقديمهما من جديد. - ينبغي تدعيم وتثبيت جميع هذه المفاهيم من خلال أنشطة متنوعة هادفة ومختارة ومن خلال مسائل ينبغي تربيضها تكون مستقاة من الحياة العامة أو من سواد التخصص بجهة إكساب التلاميذ المهارات والقدرات المنتظرة. - تعتبر المعادلات والمتراجحات البارامترية خارج المقرر.

I. التناسبية والنسب المئوية والسلم

تمهيد :

املاً الجدول التالي :

وزن التفاح	1K g	2 K g	3K g	4K g
ثمن التفاح		18d h		

نقول هناك تناسب بين ثمن الشراء ووزن التفاح ومعامل التناسب هو 6

$$\text{لأن : } 9 = \frac{36}{4} = \frac{27}{3} = \frac{18}{2} = \frac{9}{1}$$

تعريف : a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd \neq 0$

نقول إن الأعداد a و b متناسبة مع c و d على التوالي إذا وفقط إذا

$$\text{كان : } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

مثال 1 : حدد العدد الحقيقي x إذا علمت أن الأعداد: $x + 1$ و 3 متناسبة مع x و 2 على التوالي

تمرين 1 : اشترت خديجة سروالا و قميصا بمجموع قدره 105dh إذا علمت أن ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 6 و 9 فاحسب ثمن القميص والسروال

الجواب :

ليكن x ثمن السروال و y ثمن القميص

بما أن : ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 9 و 6

$$\text{فان : } \frac{x}{9} = \frac{y}{6} \text{ اذن : } \frac{x+y}{15} = \frac{105}{15} = 7 \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{6}$$

$$\text{اذن : } \frac{x}{9} = 7 \text{ و } \frac{y}{6} = 7 \text{ يعني } x = 63 \text{ و } y = 42$$

مثال 2 : يتكون قسم من 40 تلميذا منهم 15 من الإناث حدد النسبة المئوية للإناث و الذكور في هذا القسم

$$\text{الجواب : نسبة الاناث : } t\% = \left(\frac{15}{40}\right) \times 100 = 0.375 \times 100 = 37.5\%$$

$$\text{نسبة الذكور : } t\% = \left(\frac{25}{40}\right) \times 100 = 0.625 \times 100 = 62.5\%$$

مثال 3 : ارتفع ثمن البنزين من 5.20 DH الى 5.98 DH للتر الواحد ما نسبة المئوية الزيادة؟

$$\text{الجواب : } t\% = \left(\frac{5.98-5.20}{5.20}\right) \times 100 = \frac{0.98}{5.20} \times 100 = 0.15 \times 100 = 15\%$$

تمرين 2 : ارتفع ثمن منزل من 500000 DH الى 600000DH ما نسبة المئوية الزيادة؟

$$\text{الجواب : } t\% = \left(\frac{600000-500000}{500000}\right) \times 100 = 0.2 \times 100 = 20\%$$

تمرين 3: انخفض ثمن آلة حاسبة من 150 DH الى 135 DH ما نسبة المئوية للتخفيض؟

$$\text{الجواب : } t\% = \left(\frac{150-135}{150}\right) \times 100 = \frac{15}{150} \times 100 = 0.1 \times 100 = 10\%$$

تمرين 4 : ثمن كتاب هو 60 DH اذا علمت أن نسبة التخفيض

هي $t\% = 20\%$

ما ثمن كتاب بعد التخفيض؟

الجواب : ثمن كتاب بعد التخفيض هو :

$$A = 60 - \left(\frac{20}{100}\right) \times 60 = 60 - 12 = 48$$

تمرين 5 : يبلغ ثمن حذاء رياضي 170DH و ثمن بذلة رياضية 230DH

زيد في ثمن الحذاء بنسبة 6% وخفض في ثمن البذلة الرياضية

بنسبة 8 % أحسب الثمن الجديد للحذاء والبذلة

الجواب : ثمن الحذاء الرياضي بعد الزيادة هو :

$$A = 170 + \left(\frac{6}{100}\right) \times 170 = 170 + 10,2 = 182,2 \text{ DH}$$

ثمن البذلة الرياضية بعد التخفيض هي :

$$B = 230 - \left(\frac{8}{100}\right) \times 230 = 230 - 18,4 = 211,6 \text{ DH}$$

مثال 4 : اذا علمت أن طول طريق سيار على خريطة ذات السلم

$$\frac{1}{1000000} \text{ هو } 0.1 \text{ m}$$

ما الطول الحقيقي للطريق للسيار؟

الجواب : الطول الحقيقي للطريق للسيار هو :

$$A = 0.1 \times 1000000 = 100000 \text{ m} = 100 \text{ km}$$

II. المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

أ. المعادلات من الدرجة الأولى

أمثلة : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$3(2x+5) = 6x-1 \quad (2) \quad -2x+22=0 \quad (1)$$

$$9x^2-16=0 \quad (4) \quad 4(x-2)=6x-2(x+4) \quad (3)$$

$$(2x+3)(9x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0 \quad (5)$$

$$\frac{2x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{5x-2}{2} + \frac{1}{3} \quad (6)$$

$$x^3 - x = 0 \quad (7)$$

$$-2x+22-22=-22 \quad \text{يعني} \quad -2x+22=0 \quad (1) \quad \text{الجواب:}$$

$$-2x=-22$$

$$-2x \times \left(\frac{1}{-2}\right) = -22 \times \left(\frac{1}{-2}\right) \quad \text{يعني}$$

$$\text{يعني} \quad x=11 \quad \text{ومنه:} \quad S=\{11\} \quad \text{وتسمى مجموعة حلول المعادلة}$$

$$6x+15=6x-1 \quad \text{يعني} \quad 3(2x+5)=6x-1 \quad (2)$$

$$0=-16 \quad \text{يعني} \quad 6x-6x=-1-15 \quad \text{يعني} \quad 0x=-16$$

$$\text{وهذا غير ممكن ومنه:} \quad S=\emptyset$$

$$4x-8=6x-2x-8 \quad \text{يعني} \quad 4(x-2)=6x-2(x+4) \quad (3)$$

$$0=0 \quad \text{يعني} \quad 4x-4x+8-8=0$$

$$\text{ومنه: كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة وبالتالي} \quad S=\mathbb{R}$$

$$(4) \text{ أمامنا معادلة من الدرجة الثانية}$$

$$\text{طريقة 1: (التعميل)} \quad 9x^2-16=0 \quad \text{يعني} \quad (3x)^2-4^2=0$$

$$\text{يعني} \quad (3x-4)(3x+4)=0 \quad \text{يعني} \quad 3x-4=0 \quad \text{أو} \quad 3x+4=0$$

$$\text{يعني} \quad 3x=-4 \quad \text{أو} \quad 3x=4 \quad \text{يعني} \quad x=\frac{-4}{3} \quad \text{أو} \quad x=\frac{4}{3}$$

$$\text{ومنه:} \quad S=\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$$

$$\text{طريقة 2:} \quad 9x^2-16=0 \quad \text{يعني} \quad 9x^2=16 \quad \text{يعني} \quad x^2=\frac{16}{9}$$

$$\text{يعني} \quad x=\sqrt{\frac{16}{9}} \quad \text{أو} \quad x=-\sqrt{\frac{16}{9}} \quad \text{يعني} \quad x=\frac{4}{3} \quad \text{أو} \quad x=-\frac{4}{3}$$

تمرين 6: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$(1) \quad \frac{x+1}{2} + 4 = \frac{2x-5}{10} + \frac{2(x+10)}{5}$$

$$(2) \quad x^3 - 4x = 0$$

$$(3) \quad (5x-7)(3x-10)=0$$

$$\text{(الجواب: 1)} \quad \frac{x+1}{2} + 4 = \frac{2x-5}{10} + \frac{2(x+10)}{5} \quad (\text{نوحد المقامات})$$

$$\text{يعني} \quad \frac{5x+5}{10} + \frac{40}{10} = \frac{2x-5}{10} + \frac{4x+40}{10}$$

$$\text{يعني} \quad \frac{5x+5+40}{10} = \frac{2x-5+4x+40}{10}$$

$$\text{يعني} \quad 5x+5+40=2x-5+4x+40 \quad \text{يعني} \quad -x=-10$$

$$\text{يعني} \quad x=10 \quad \text{ومنه:} \quad S=\{10\}$$

$$(2) \quad x^3 - 4x = 0 \quad \text{يعني} \quad x(x^2 - 4) = 0 \quad (\text{التعميل})$$

$$\text{يعني} \quad x=0 \quad \text{أو} \quad x^2-4=0 \quad \text{يعني} \quad x^2=7 \quad \text{أو} \quad x=0$$

$$\text{يعني} \quad x=0 \quad \text{أو} \quad x=\sqrt{4} \quad \text{أو} \quad x=-\sqrt{4} \quad \text{ومنه:} \quad S=\{-2, 0, 2\}$$

$$(3) \quad (5x-7)(3x-10)=0 \quad \text{يعني} \quad 5x-7=0 \quad \text{أو} \quad 3x-10=0$$

$$\text{يعني} \quad x=\frac{7}{5} \quad \text{أو} \quad x=\frac{10}{3} \quad \text{ومنه:} \quad S=\left\{\frac{7}{5}, \frac{10}{3}\right\}$$

ب. المتراجحات من الدرجة الأولى

مثال 1: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:

$$(1) \quad -2x+12 > 0 \quad (2) \quad 5x-15 \leq 0$$

$$\text{أجوبة: (1)} \quad -2x+12 > 0 \quad -2x+12=0 \quad \text{يكافئ} \quad x=6$$

و بما أن: $-2=a$ و $a < 0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$		0	-
			+

$$\text{و منه فان:} \quad S =]-\infty; 6[$$

$$(2) \quad 5x-15 \leq 0 \quad 5x-15=0 \quad \text{يكافئ} \quad x=3$$

و بما أن: $5=a$ و $a > 0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15=0$		0	+

$$\text{و منه فان:} \quad S =]-\infty; 6[$$

مثال 2: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:

$$(1) \quad 4x^2 - 9 \geq 0 \quad (2) \quad (1-x)(2x+4) > 0$$

$$\text{أجوبة: (1)} \quad 4x^2 - 9 \geq 0$$

$$(2x-3)(2x+3)=0 \quad \text{يعني} \quad (2x)^2 - 3^2 = 0 \quad \text{يعني} \quad 4x^2 - 9 = 0$$

$$\text{يعني} \quad 2x+3=0 \quad \text{أو} \quad 2x-3=0 \quad \text{يعني} \quad x=\frac{-3}{2} \quad \text{أو} \quad x=\frac{3}{2}$$

الطريقة: في جدول نعطي إشارة كل عامل على الشكل $ax + b$ ثم استنتج إشارة الجداء أو الخارج مع ترتيب تزايد للقيم التي ينعلم فيها كل عامل.

x	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x+3$	-	0	+
$2x-3$	-	0	+
$(2x-3)(2x+3)$	+	0	+

و منه فان : $S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty[$

$$(1-x)(2x+4) > 0 \quad (2)$$

يعني $1-x=0$ أو $2x+4=0$ يعني $(1-x)(2x+4)=0$

$$x=1 \text{ أو } x=-2$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$2x+4$	-	0	+	+
$1-x$	+	+	0	-
$(1-x)(2x+4)$	-	0	+	-

و منه فان : $S =]-2; 1[$

III. المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

مثال 1: المعادلة $3x^2 + x + 2 = 0$ ليس لها حلا في $\mathbb{R}$ لأن $\Delta < 0$ ($\Delta = 1 - 4 \times 3 \times 2 = -23$) و بالتالي مجموعة حلولها هي $S = \emptyset$.

مثال 2: المعادلة $x^2 - 10x + 25 = 0$ لها حل وحيد لأن $\Delta = 0$ ($\Delta = 10^2 - 4 \times 25 = 0$). حل هذه المعادلة هو: $\frac{b}{2a} = 5$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S = \{5\}$.

مثال 3: نعتبر المعادلة $x^2 - 3x + 2 = 0$ لدينا $\Delta = 9 - 4 \times 2 = 1$ بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما: $x_1 = \frac{3-1}{2} = 1$ و $x_2 = \frac{3+1}{2} = 2$ و منه $S = \{1; 2\}$.

تمرين 7: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$\begin{aligned} \Delta = 0 \quad & 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0 \quad (2) \quad \Delta > 0 \quad 6x^2 - 7x - 5 = 0 \quad (1) \\ & 4x^2 - 8x + 3 = 0 \quad (4) \quad \Delta < 0 \quad 3x^2 + x + 2 = 0 \quad (3) \\ & x^2 + 5x + 7 = 0 \quad (6) \quad x^2 - 4x + 2 = 0 \quad (5) \\ & x^2 - 4x - 21 = 0 \quad (8) \quad 2x^2 - 4x + 6 = 0 \quad (7) \\ & 3x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (9) \end{aligned}$$

الأجوبة: $c = -5$ و $b = -7$ و $a = 6$ $6x^2 - 7x - 5 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 6 \times (-5) = 49 + 120 = 169 = (13)^2 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{169}}{2 \times 6} = \frac{7+13}{12} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}, -\frac{1}{2} \right\} \quad \text{ومنه:} \quad x_2 = \frac{7-13}{12} = \frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$c = 1 \quad \text{و} \quad b = -2\sqrt{2} \quad \text{و} \quad a = 2 \quad 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{2})^2 - 4 \times 2 \times 1 = 8 - 8 = 0$$

بما أن $\Delta = 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو:

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \right\} \quad \text{ومنه:} \quad x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{2})}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c = 2 \quad \text{و} \quad b = 1 \quad \text{و} \quad a = 3 \quad 3x^2 + x + 2 = 0 \quad (3)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 3 \times 2 = 1 - 24 = -23 < 0$$

بما أن $\Delta < 0$ فان المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ومنه: $S = \emptyset$

$$c = 3 \quad \text{و} \quad b = -8 \quad \text{و} \quad a = 4 \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0 \quad (4)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (4) = 64 - 48 = 16 = (4)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{16}}{2 \times 4} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{16}}{2 \times 4}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\} \quad \text{ومنه:} \quad x_1 = \frac{8-4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{8+4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$c = 2 \quad \text{و} \quad b = -4 \quad \text{و} \quad a = 1 \quad x^2 - 4x + 2 = 0 \quad (5)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (1) = 16 - 8 = 8 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{8}}{2 \times 1} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{8}}{2 \times 1}$$

$$x_1 = \frac{4+2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2+\sqrt{2})}{2} = 2+\sqrt{2}$$

$$S = \{2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}\} \quad \text{ومنه:} \quad x_2 = \frac{4-2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2-\sqrt{2})}{2} = 2-\sqrt{2}$$

$$c = 7 \quad \text{و} \quad b = 5 \quad \text{و} \quad a = 1 \quad x^2 + 5x + 7 = 0 \quad (6)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 7 = 25 - 28 = -3 < 0$$

بما أن $\Delta < 0$ فان المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ومنه: $S = \emptyset$

$$c = 6 \quad \text{و} \quad b = -4 \quad \text{و} \quad a = 2 \quad 2x^2 - 4x + 6 = 0 \quad (7)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 6 = 16 - 48 = -32 < 0$$

بما أن $\Delta < 0$ فان المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ ومنه: $S = \emptyset$

$$c = -21 \quad \text{و} \quad b = -4 \quad \text{و} \quad a = 1 \quad x^2 - 4x - 21 = 0 \quad (8)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 16 + 84 = 100 = (10)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{100}}{2 \times 1} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{100}}{2 \times 1}$$

$$S = \{-3, 7\} \quad \text{ومنه:} \quad x_1 = \frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{4+10}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$c = 3 \quad \text{و} \quad b = -6 \quad \text{و} \quad a = 3 \quad 3x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (9)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 36 - 36 = 0$$

بما أن $\Delta = 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا مزدوجا هو :

$$S = \{1\} \quad \text{ومنه:} \quad x = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{-b}{2a}$$

IV. إشارة ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$:

الحالة 1: إذا كان $\Delta > 0$ و x_1 و x_2 هما جذري ثلاثية الحدود فان:

$$(3) \quad 4x^2 - 8x + 3 \leq 0 \quad (2) \quad 2x^2 - 4x + 6 \geq 0 \quad (1) \quad x^2 - 3x - 10 < 0$$

أجوبة (1): $2x^2 - 4x + 6 \geq 0$ $a = 3 > 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 48 = -32 < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x) = 3x^2 + 6x + 5$		+

ومنه: $S = \mathbb{R}$

$a = 4$ $4x^2 - 8x + 3 \leq 0$ (2) $\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 64 - 48 = 16 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ فان للحدودية جذرين هما:

ومنه: $x_1 = \frac{8-4}{8} = \frac{1}{2}$ و $x_2 = \frac{8+4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$-\infty$	
$4x^2 - 8x + 3$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$

$a = 4$ $x^2 - 3x - 10 < 0$ (3) $\Delta = b^2 - 4ac = 49 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ فان للحدودية جذرين هما:

ومنه: $x_1 = 5$ و $x_2 = -2$

x	$\frac{4x^2-8x+3}{x^2+2x-15}$				
	-2		5		$+\infty$ $-\infty$
$4x^2-8x+3$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S =]-2, 5[$

V. النظمات:

نعتبر النظمة: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث a و b و a' و b' و c و c'

أعداد حقيقية. هناك عدة طرق لحل أنظمة سبق أن درست طريقتين هما طريقة التعويض و التآليفة الخطية. طبعاً هناك طريقة أخرى انتبه

a. طريقة التعويض :

مثال: حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases} 4x + y = 10 \\ -5x + 2y = -19 \end{cases}$

الجواب: نبحث عن y في المعادلة الأولى مثلاً

$4x + y = 10$ يعني $y = 10 - 4x$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$-5x + 2(10 - 4x) = -19$ يعني $-5x + 20 - 8x = -19$

يعني $-13x = -39$ يعني $x = 3$

ونعوض x بـ 3 في المعادلة $y = 10 - 4x$ فنجد $y = -2$

ومنه: $S = \{(3, -2)\}$

b. طريقة التآليفة الخطية

مثال: حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases} 4x + y = 10 \\ -5x + 2y = -19 \end{cases}$

الجواب:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	0	عكس إشارة a	إشارة a

الحالة 2: إذا كان $\Delta = 0$ و x_1 هو الجذر الوحيد المزدوج فان:

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	0	إشارة a

الحالة 3: إذا كان $\Delta < 0$ فان إشارة $P(x)$ هي إشارة

العدد a فان:

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x) = ax^2 + bx + c$	إشارة a	

مثال 1:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$

أجوبة (1): $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $a = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ فان للحدودية جذرين هما:

ومنه: $x_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$ و $x_2 = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{3+1}{4} = 1$

x	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	$-\infty$	
$P(x)$	+	0	-	0	+

(2) حل المتراجحة : $S = \left] -\infty, \frac{1}{2} \right] \cup [1, +\infty[$

مثال 2:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x) = -2x^2 + 4x - 2$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $-2x^2 + 4x - 2 > 0$

أجوبة (1): $P(x) = -2x^2 + 4x - 2$ $a = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 16 - 16 = 0$

بما أن $\Delta = 0$ فان هذه الحدودية لها جذر وحيد هو: $x_1 = \frac{-(-4)}{2 \times (-2)} = -1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$P(x) = -2x^2 + 4x - 2$	-	0	-

(2) حل المتراجحة : $S = \mathbb{R}$

مثال 3:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x) = 3x^2 + 6x + 5$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2 + 6x + 5 < 0$

أجوبة (1): $P(x) = 3x^2 + 6x + 5$ $a = 3 > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \times 3 \times 5 = 36 - 60 = -24 < 0$ ومنه:

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x) = 3x^2 + 6x + 5$	+	

(2) حل المتراجحة : $S = \emptyset$

تمرين 8: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$y = 3$ يعني $-y = -3$ يعني $2x - 4y - 2x + 3y = -8 + 5$
ونعوض y بـ 3 في المعادلة $x - 2y = -4$ فنجد $x = 2$
ومنه: $S = \{(2, 3)\}$

(3) محددة النظام (1) هي: $\Delta = \begin{vmatrix} -7 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -35 + 12 = -23 \neq 0$

و منه النظام تقبل حلا وحيدا:

هو $x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{14}{-23}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 4 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2}{23}$ و نه: $S = \left\{ \left(-\frac{14}{23}, \frac{2}{23} \right) \right\}$

تمارين للبحث

تمرين 1: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$4x^2 - 8x + 3 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 - 4x + 6 = 0 \quad (1)$$

$$2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0 \quad (4) \quad 3x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + 5x + 7 = 0 \quad (6) \quad x^2 - 4x + 2 = 0 \quad (5)$$

تمرين 2: (1) حل جبريا النظام التالية:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 5x + 3y = 50 \end{cases}$$

(2) ملأ شخص أربع عشرة قنينة بخمس لترات من عصير فواكه.
إذا علمت أن القنينات نوعان: قنينات سعة كل واحدة منها 0,5 لتر و قنينات سعة كل واحدة منها 0,3 لتر، حدد عدد القنينات من كل نوع.

تمرين 3:

(1) حل المعادلة: $(2x - 3)(4 - 3x) = 0$

(2) حل المتراجحة: $5x - 2 < 2(x + 5)$

(3) اشترى شخص محسبة و كتابا بثمن 153 درهما.
إذا علمت أن نصف ثمن المحسبة ينقص بثمانية عشر درهما عن ثلثي ثمن الكتاب، أحسب ثمن المحسبة.

تمرين 4:

(1) حل النظام:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 5y = 61 \end{cases}$$

(2) يتوفر أحمد على 61 درهما موزعة على 20 قطعة نقدية بعضها من فئة درهمين، والبعض الآخر من فئة خمسة دراهم. أحسب عدد القطع النقدية من كل فئة

تمرين 5:

(1) أ) حل المعادلة التالية: $\frac{2x}{3} - \frac{5}{6} = x - \frac{3}{2}$

ب) حل المتراجحة التالية: $2 - 3x > x + 7$

(2) أ) حل النظام:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 72 \\ x + y = 20 \end{cases}$$

ب) واجب زيارة أحد المتاحف هو 3 دراهم للأطفال و 5 دراهم للكبار.

أدى فوج من 20 زائر مبلغ 72 درهما لزيارة هذا المتحف.
حدد عدد الأطفال و عدد الكبار في هذا الفوج.

نضرب المعادلة الأولى في العدد (-2) فنحصل على:

$$\begin{cases} -8x - 2y = -20 \\ -5x + 2y = -19 \end{cases}$$

ونعوض x بـ 3 في المعادلة $4x + y = 10$ فنجد $y = -2$

ومنه: $S = \{(3, -2)\}$

c. طريقة المحددة: تعريف و خاصية: العدد الحقيقي $ab' - a'b$ يسمى

محددة النظام (S) و نكتب: $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

• إذا كان $\Delta = 0$ فإن النظام (S) قد لا يكون لها أي حل، و قد يكون لها عدد لا منته من الحلول.

• إذا كان $\Delta \neq 0$ فإن النظام (S) تسمى نظام كرامر و تقبل حلا

وحيدا هو الزوج (x, y) حيث:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{cb' - c'b}{\Delta} \quad \text{و} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{ac' - dc}{\Delta}$$

هذه الطريقة تسمى طريقة المحددة.

مثال: طريقة المحددة:

حل في $\mathbb{R}^2$ النظام: (1) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$

الجواب: محددة النظام (1) هي: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \neq 0$ و منه النظام

تقبل

حلا وحيدا: هو $x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{12}{6} = 2$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{6}{6} = 1$ و منه: $S = \{(2, 1)\}$

تمرين 9: حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمات التالية:

$$(1) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -4 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} -7x - 3y = 4 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$$

أجوبة:

$$(1) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$2x - y = -1 \quad \text{يعني} \quad y = 2x + 1$$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$$3x + 2(2x + 1) = 9 \quad \text{يعني} \quad -5x + 2y = -19$$

$$7x + 2 = 9 \quad \text{يعني} \quad 7x = 7 \quad \text{يعني} \quad x = 1$$

ونعوض x بـ 1 في المعادلة $y = 2x + 1$ فنجد $y = 3$

ومنه: $S = \{(1, 3)\}$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -4 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$$

نضرب المعادلة الأولى في العدد (2) فنحصل على:

$$\begin{cases} 2x - 4y = -8 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$9 \quad x_1 = \frac{-2+8}{2 \times 1} = 3$$

$$x_2 = \frac{-2-8}{2 \times 1} = -5 < 0$$

ومنه: بما أن عرض مستطيل لا يمكن أن يكون سالبا :

نأخذ $x = 3$ وبالتالي طوله هو : $5cm$



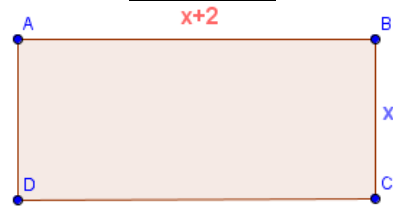
خط سعيد

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x + 4y = -2 \end{cases} (2) \quad \begin{cases} 2x - 5y = -13 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases} (1)$$

ترييض وضعيات : نشاط

أحسب طول عرض مستطيل اذا علمت أن طوله يزيد عن عرضه ب $2cm$ وأن مساحته تساوي $15cm^2$

الجواب



ليكن x وعرض مستطيل اذن طوله هو : $x + 2$ ومنه مساحته هي :

$$S = x(x + 2) = 15$$

ومنه نحصل عن معادلة من الدرجة الثانية :

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \quad : a = 1 \quad \text{و}$$

$$b = 2 \quad \text{و} \quad c = -15$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$