

الأستاذ:
نجيب
عثماني

تمارين محلولة: المنطق
السنة الأولى من سلك البكالوريا مسك الآداب
والعلوم الانسانية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

الأجوبة:

$\bar{p}$: عبارة صحيحة : $((-2)^2 \neq 4)$

$\bar{q}$: عبارة خاطئة : $(\sqrt{2} \notin \mathbb{Q})$

تمرين 3:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

p : $(\sqrt{3} \geq 1)$ و $((-2)^2 = 4)$

q : $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$ و $\left(\frac{7}{2} > 3\right)$

الأجوبة:

نستعمل جدول حقيقة العطف المنطقي

العبارة p مكونة من عبارتين صحيحتين

اذن هي عبارة صحيحة أنظر جدول عملية العطف المنطقي:

p	q	p و q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

تمرين 4:

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

A : $(\sqrt{3} \geq 1)$ و $((-2)^2 > 3)$

B : $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ و $(\sqrt{3} + \sqrt{2} > 3)$

الأجوبة:

نستعمل جدول عملية العطف المنطقي لتحديد قيمة الحقيقة

A عبارة صحيحة : لأنها مكونة من عبارتين صحيحتين

B عبارة خاطئة : لأنها عطف عبارة صحيحة مع خاطئة

تمرين 5:

حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

A : $\left(\frac{5}{2} \geq 1\right)$ أو $((-2)^2 = -4)$

B : $(5 < 3)$ أو $(-3 \in \mathbb{N})$

الأجوبة:

نستعمل جدول حقيقة الفصل المنطقي

A عبارة صحيحة : لأنها مكونة من عبارة

صحيحة و عبارة خاطئة

B عبارة خاطئة : لأنها فصل عبارتين خاطئتين

$\bar{A}$: $\left(\frac{5}{2} < 1\right)$ و $((-2)^2 \neq -4)$

$\bar{B}$: $(5 \geq 3)$ و $(-3 \notin \mathbb{N})$

p	q	p أو q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

تمرين 1:

(1) أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة .

صحيح	خاطئ
	كل زوجي قابل للقسمة على 4
	مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي
	$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
	إذا كان n^2 عددا فرديا فان n عدد فردي
	المعادلة : $x^2 = -1$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$
	جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة
	114516 مضاعف للعدد 4
	$((-2)^2 = -4)$

(2) هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة و خاطئة في آن واحد ؟

الأجوبة:

صحيح	خاطئ
	x
	x
	x
	x
	x
	x
	x
	x
	x
	x

كل النصوص الرياضية إما صحيحة و إما خاطئة وتسمى عبارات و جدول حقيقة عبارة

p
1
0

تمرين 2:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية:

p : $((-2)^2 = 4)$

q : $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

p عبارة صحيحة :

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

و لأن $(2\sqrt{3} \geq \sqrt{10})$

صحيحتين معا $((5\sqrt{2})^2 = 50)$

q عبارة صحيحة : لأنها فصل عبارتين خاطئتين

تمرين 10:

نعتبر التعبير التالي : $x^2 - x \geq 0$; $(x \in \mathbb{R})$

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = 2$

(2) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = \frac{1}{2}$

(3) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x = -1$

(4) هل التعبير صحيح أم خاطئ؟

الأجوبة:

(1) من أجل $x = 2$ نجد : $2 \geq 0$

ومنه نحصل على عبارة صحيحة

(2) من أجل $x = \frac{1}{2}$ نجد : $-\frac{1}{4} \geq 0$

ومنه نحصل على عبارة خاطئة

(3) من أجل $x = -1$ نجد : $2 \geq 0$

ومنه نحصل على عبارة صحيحة

(4) التعبير : $(x \in \mathbb{R}) ; x^2 - x \geq 0$ يصبح صحيحا

من أجل بعض قيم x من $\mathbb{R}$ خاطئا من أجل بعض قيم x

نقول أننا أمام دالة عبارية تحتوي على متغير x

ينتمي إلى المجموعة $\mathbb{R}$ ونكتب : $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 - x \geq 0$

ونقرأ يوجد x من $\mathbb{R}$ بحيث $x^2 - x \geq 0$

تمرين 11: نعتبر التعبير التالي : $n^2 \geq 0$; $(n \in \mathbb{N})$

(1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $n = 2$

(2) هل توجد قيم ل : n لا تحقق التعبير السابق؟

الأجوبة: (1) من أجل $n = 2$ نحصل : على عبارة صحيحة

(2) نلاحظ أننا نحصل على عبارة صحيحة مهما تكن قيمة المتغير n

نكتب : $\forall n \in \mathbb{N} / n^2 \geq 0$

تمرين 12: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

A " $(\forall x \in \mathbb{R}) ; x^2 > 0$ "

B " $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 2^n > 5(n+1)$ "

C " $\exists x \in \mathbb{N}, 2x - 1 = 0$ "

D " $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \frac{n}{4} \notin \mathbb{N}$ "

الأجوبة: A عبارة خاطئة : لأن 0 لا يحقق : $(x^2 > 0)$

B عبارة خاطئة : لأن 0 لا يحقق : $(2^n > 5(n+1))$

لأن $(2^0 < 5(0+1))$

C عبارة خاطئة : لأن $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$

D عبارة خاطئة : لأن $\frac{4}{4} \in \mathbb{N}$

تمرين 13:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

(1) $\forall x \in \mathbb{R} / x \geq 0$

تمرين 6: حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

A $(\sqrt{4} = 2)$ أو $(\frac{1}{2} \in \mathbb{N})$

B $((-2)^2 > 3)$ أو (3 عدد فردي)

C $(\pi = 3.14)$ أو $(\sqrt{2} \leq 1)$

الأجوبة:

نستعمل جدول حقيقة الفصل المنطقي

A عبارة صحيحة : لأن $(\sqrt{4} = 2)$ عبارة صحيحة

B عبارة صحيحة : لأنها فصل عبارتين صحيحتين

C عبارة خاطئة : لأنها فصل عبارتين خاطئتين

$\bar{A}$ $(\sqrt{4} \neq 2)$ و $(\frac{1}{2} \notin \mathbb{N})$

$\bar{B}$ $((-2)^2 \leq 3)$ و (3 عدد زوجي)

$\bar{C}$ $(\pi \neq 3.14)$ و $(\sqrt{2} > 1)$

تمرين 7: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

A $(0, 1 \in \mathbb{N}) \Rightarrow (2 \text{ عدد فردي})$

B $(-1 \in \mathbb{N}) \Rightarrow (4 \text{ عدد زوجي})$

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

الأجوبة: نستعمل جدول حقيقة

الاستلزام المنطقي

A عبارة صحيحة

B عبارة خاطئة

تمرين 8: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p \Rightarrow ((-2)^2 = -4) \Rightarrow (\sqrt{3} \geq 1)$

$q \Rightarrow (\frac{6}{2} = 2) \Rightarrow (\sqrt{5} < 3)$

الأجوبة: نستعمل جدول حقيقة العطف المنطقي

p عبارة خاطئة :

لأن $(\sqrt{3} \geq 1)$ صحيحة

و $((-2)^2 = -4)$ خاطئة

q عبارة صحيحة :

لأن $(\frac{6}{2} = 2)$ خاطئة

و $(\sqrt{5} < 3)$ صحيحة

تمرين 9:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p \Leftrightarrow ((5\sqrt{2})^2 = 50) \Leftrightarrow (2\sqrt{3} \geq \sqrt{10})$

$q \Leftrightarrow (-6 \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow (1 \geq 3)$

الأجوبة: نستعمل جدول حقيقة التكافؤ المنطقي

الأجوبة:

ندرس إشارة : $3x - 6$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

الحالة 1: اذا كانت $x \geq 2$ فان $3x - 6 \geq 0$
ومنه $(E): |3x - 6| = 1$

$$x = \frac{7}{3} \in S \Leftrightarrow 3x = 7 \Leftrightarrow 3x - 6 = 1 \Leftrightarrow$$

الحالة 2: اذا كانت $x \leq 2$ فان $3x - 6 \leq 0$
ومنه $(E): |3x - 6| = 1$

$$-3x + 6 = 1 \Leftrightarrow -(3x - 6) = 1 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{5}{3} \in S \Leftrightarrow -3x = -5 \Leftrightarrow$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right\}$$
 ومنه مجموعة الحلول هي :

تمرين 21: بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} / \frac{x^2-1}{x^2+1} \neq 1$$

الأجوبة: لكي نبرهن أن عبارة صحيحة نفترض أن العبارة خاطئة ونحاول الحصول على تناقض مع المعطيات

$$\exists x \in \mathbb{R} / \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1$$
 نفترض أن :

$$\text{يعني } x^2 - 1 = x^2 + 1 \text{ يعني } -1 = +1 \text{ وهذا غير صحيح}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} / \frac{x^2-1}{x^2+1} \neq 1$$
 ومنه ما افترضناه كان خاطئا أي :

تمرين 22: $n \in \mathbb{N}$ بين أنه اذا كان n^2 عدد زوجي فان n عدد زوجي

الأجوبة: نفترض أن n عدد فردي

$$\exists k \in \mathbb{N} / n = 2k + 1$$
 أي أن :

ومنه :

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1$$

أي n^2 : عدد فردي وهذا يتناقض مع المعطيات : n^2 عدد زوجي
ومنه ما افترضناه كان خاطئا أي : n عدد زوجي

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



$$(2) \quad \exists x \in \mathbb{N}, 2x - 4 = 0$$

$$(3) \quad \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$$

$$(4) \quad (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$(5) \quad (\exists x \in \mathbb{Z}); \frac{x}{4} \in \mathbb{Z}$$

الأجوبة:

(1) صحيحة (2) صحيحة (3) خاطئة (4) خاطئة (5) صحيحة

تمرين 14:

حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

$$(1) \quad (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N} \quad (2) \quad (\forall x \in \mathbb{Q}); x^2 - 2 = 0$$

(3) توجد نافذة في المؤسسة مكسورة

(4) كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

الأجوبة:

$$(1) \quad (\exists n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \notin \mathbb{N}$$

$$(2) \quad (\forall x \in \mathbb{Z}); \frac{x}{4} \notin \mathbb{Q} \text{ أو } x^2 - 2 \neq 0$$

(3) كل نوافذ المؤسسة غير مكسورة

(4) توجد شجرة مثمرة في المؤسسة

تمرين 15:

$$\text{ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن : } \sqrt{2} < x < 5 \Rightarrow 3 < x^2 + 1 < 26$$

الأجوبة:

$$\text{نفترض أن : } \sqrt{2} < x < 5 \text{ ونبين أن : } 3 < x^2 + 1 < 26$$

$$\text{لدينا : } \sqrt{2} < x < 5 \text{ اذن : } 2 < x^2 < 25 \text{ اذن : } 3 < x^2 + 1 < 26$$

$$\text{ومنه : } \sqrt{2} < x < 5 \Rightarrow 3 < x^2 + 1 < 26$$

تمرين 16: ليكن $x \in \mathbb{R}$ بين أن :

$$2\sqrt{3} < x < 10 \Rightarrow 9 < x^2 - 3 < 97$$

الأجوبة: نفترض أن $2\sqrt{3} < x < 10$ ونبين أن $9 < x^2 - 3 < 97$

$$\text{لدينا : } 2\sqrt{3} < x < 10 \text{ اذن : } 12 < x^2 < 100 \text{ اذن : } 9 < x^2 - 3 < 97$$

$$\text{ومنه : } 2\sqrt{3} < x < 10 \Rightarrow 9 < x^2 - 3 < 97$$

تمرين 17: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$p \quad (\forall x \in \mathbb{R}^*); x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$\text{الأجوبة: نعتبر } x = -2 \text{ لدينا : } -2 + \frac{1}{-2} = -\frac{5}{2} < 2 \text{ اذن : } p$$

خاطئة

تمرين 18: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$p \quad (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 \geq x$$

الأجوبة:

$$\text{نعتبر : } x = \frac{1}{2} \text{ لدينا : } \frac{1}{4} < \frac{1}{2} \text{ اذن : } p \text{ خاطئة}$$

تمرين 19:

$$\text{بين أن : } (\forall a \in \mathbb{R}); (\forall b \in \mathbb{R}) \quad a^2 + b^2 \geq 2ab$$

الأجوبة: نستعمل الاستدلال بالتكافؤ:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \text{وهذا صحيح لأن المربع دائما موجب}$$

$$\text{وبالتالي : } (\forall a \in \mathbb{R}); (\forall b \in \mathbb{R}) \quad a^2 + b^2 \geq 2ab$$

تمرين 20: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة : } (E): |3x - 6| = 1$$