

$$\lim_{x \rightarrow 4} x - 4 = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 4} x^2 - 16 = 0 \text{ لدينا : } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (2)$$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4^2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} x + 4 = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} 3x - 9 = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} x - 4 = -1$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$3x-9$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} = -\infty \text{ وبالتالي : } \lim_{x \rightarrow 3^+} 3x - 9 = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} = +\infty \text{ وبالتالي : } \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x - 10 = 0^-$$

(4) نعلم أن نهاية دالة حدودية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي نهاية حدها الأكبر درجة اذن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 = -\infty$$

(5) نعلم أن نهاية دالة جذرية عندما تؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$ هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة. اذن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{4-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2}{3x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0 \quad (6)$$

تمرين 1 : (10ن) (2ن لكل سؤال)

يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب باللغة العربية و 4 كتب باللغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات

نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد

- حدد عدد الإمكانيات
- حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب باللغة العربية
- حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للرياضيات
- حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب من كل مادة
- حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب واحد فقط للرياضيات

الاجواب :

$$card(\Omega) = C_{13}^3 \text{ ومنه}$$

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3!} = \frac{13 \times 2 \times 6 \times 11}{6} = 286$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \quad C_5^3 = ? \quad (2)$$

$$C_4^3 = 4 \quad (3)$$

سحب كتاب من كل مادة يعني سحب كتاب واحد باللغة العربية و

سحب كتاب واحد باللغة الفرنسية و سحب كتاب واحد للرياضيات

$$C_5^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 5 \times 4 \times 4 = 80$$

سحب كتاب واحد فقط للرياضيات يعني سحب كتاب واحد

(5)

للرياضيات من بين 4 وكتابين في للمواد الأخرى أي من بين 9 كتب

$$C_4^1 \times C_7^2 = 4 \times C_7^2 \text{ أي :}$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 15$$

$$C_4^1 \times C_7^2 = 4 \times C_7^2 = 4 \times 15 = 60$$

تمرين 2 : (10ن) (1ن+2ن+1ن+1ن+1ن+2ن+2ن)

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 6}{\sqrt{x + 11}} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} \quad (6)$$

الاجواب (1):

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x + 11} = 4 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 5} 2x - 6 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 6}{\sqrt{x + 11}} = \frac{4}{4} = 1 \text{ ومنه :}$$