

تمرين 1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 2 \text{ و } u_{n+1} = \frac{1}{2} \times u_n$$

(1) تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها

(2) عبر عن U_n بدلالة n

(3) حدد العدد n إذا علمت أن $U_n = \frac{1}{16}$

الحواب :

$$(1) \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} \text{ يعني } u_{n+1} = \frac{1}{2} \times u_n$$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

(2) بما أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 \times (q)^n : \text{ فإن } u_0 = 2$$

$$\text{أي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$(3) \quad U_n = \frac{1}{16} \text{ يعني } 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{32} \text{ أي } n = 5$$

تمرين 2 : (6 ن)

لنكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 5$ و

$$u_{100} = -195$$

(1) حدد r (2) أكتب u_n بدلالة n

(3) أحسب المجموع : $S = u_1 + \dots + u_6$

الحواب :

بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

نعوض n ب 100 فنجد : $u_{100} = u_0 + 100r$

$$-195 = 5 + 100r \text{ يعني : } -200 = 100r$$

$$\text{يعني } r = -2$$

(2) بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

$$\text{أي : } u_n = 5 - 2n$$

$$(3) \quad S = u_1 + \dots + u_6 = (6-1+1) \frac{u_1 + u_6}{2}$$

$$S = 6 \frac{u_1 + u_4}{2} = 3(u_1 + u_6)$$

$$\text{ومنه نحسب : } u_1 = 5 - 2 \times 1 = 3 \text{ و } u_6 = 5 - 2 \times 6 = -7$$

$$\text{وبالتالي : } S = 3(3 - 7) = 3 \times (-4) = -12$$

تمرين 3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$$g(x) = \frac{x^2 + 1}{2x - 4} \text{ و } f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

(2) بين أن f مكبورة بالعدد 2 لكل x من $\mathbb{R}$.

الحواب :

$$(1) \quad D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\}$$

$$x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0 \text{ وهذه المعادلة ليس لها حل في } \mathbb{R}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\}$$

$$x = 2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0$$

$$D_g = \mathbb{R} / \{2\}$$

(2)

يكفي أن نبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 2$

$$\text{اذن نحسب الفرق : } 2 - f(x) = 2 - \frac{2}{x^2 + 1} = \frac{2x^2 + 2 - 2}{x^2 + 1} = \frac{2x^2}{x^2 + 1} \geq 0$$

$$\text{ومنه : } \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 2$$

وبالتالي f مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 2

تمرين 4 : (3 ن)

لنكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x) = 2x + 3 \text{ و } f(x) = x^2 + 4x + 4$$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الحواب :

$$D_f = \mathbb{R} \text{ و } D_g = \mathbb{R} \text{ لأنهم دوال حدودية}$$

$$f(x) - g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 3 = (2x - 1)^2 \geq 0$$

$$f(x) - g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$$

ومنه : $f \geq g$ بالتالي منحنى الدالة f

يوجد فوق منحنى الدالة g على $\mathbb{R}$.