


| | | | | |
|------------|-------------|---|--|--|
| الرياضيات | العامة | <p>تصحيح الامتحان الجهوي الموحد للسنة الأولى من سلك البكالوريا شعبة الآداب و العلوم الانسانية دورة يونيو 2007</p> | <p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي</p> |  |
| 1 | المعامل | | | |
| ساعة و نصف | مدة الانجاز | | | |
| 1/6 | الصفحة | | | |

التمرين الأول

1 - حل في $IR \times IR$ النظام : $\begin{cases} 4x + y = -5 \\ -7x + 2y = 3 \end{cases}$

2 - حل في IR المعادلة : $2x^2 + 5x - 3 = 0$

الـجـواب :

1 - لنحل في $IR \times IR$ النظام : $\begin{cases} 4x + y = -5 \\ -7x + 2y = 3 \end{cases}$

نحدد محدد النظام : $D = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -7 & 2 \end{vmatrix} = 4 \times 2 - 1 \times (-7) = 8 + 7 = 15 \neq 0$

وبالتالي فإن للنظام حل وحيد في IR^2 هو الزوج (x, y) حيث :

$$D_x = \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (-5) \times 2 - 1 \times 3 = -10 - 3 = -13$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 3 \end{vmatrix} = 4 \times 3 - 5 \times (-7) = 12 - 35 = -23$$

إذن : $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-13}{15}$ و $y = \frac{D_y}{D} = \frac{-23}{15}$

$$S = \left\{ \left(\frac{-13}{15}, \frac{-23}{15} \right) \right\}$$

2 - لنحل في IR المعادلة : $2x^2 + 5x - 3 = 0$

لنحدد مميز المعادلة : $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 8 \times 3 = 49$

$$\Delta = 25 + 24 = 49 > 0$$

إذن للمعادلة حلين مختلفين في IR هما :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{-5 - 7}{4} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$$

و بالتالي :

التمرين الثاني

لكن (U_n) متتالية حسابية أساسها $r = -4$ و حدها الأول : $U_0 = 5$

1 احسب : U_1 و U_2

2 -عبر عن U_n بدلالة n ثم بين إن : $U_{13} = -47$

3 -احسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{13}$

الـجـواب :

1 - لنحسب : U_1 و U_2

$$U_1 = U_0 + r = 5 - 4 = 1 \quad \text{لنحسب : } U_1$$

$$U_2 = U_1 + r = 1 - 4 = -3 \quad \text{لنحسب : } U_2$$

2 - لنعبر عن U_n بدلالة n ثم بين إن : $U_{13} = -47$

لنعبر عن U_n بدلالة n

أخذ العام لمتتالية حسابية يكتب على شكل : $U_n = U_p + (n - p) \times r$

p هو محل الأخذ الأول يعني $p = 0$

$$U_n = U_0 + (n - 0) \times r$$

$$U_n = 5 + n \times (-4) = 5 - 4n$$

$$U_{13} = -47 \quad \text{لنبين إن :}$$

$$U_{13} = 5 - 4 \times 13 = 5 - 52 = -47 \quad \text{لدينا : } U_n = 5 - 4n \quad \text{إذن :}$$

$$U_{13} = -47 \quad \text{وبالتالي :}$$

3 - لنحسب المجموع : $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{13}$

نلاحظ أن S هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية إذن : $S = (n - p + 1) \times \frac{U_p + U_n}{2}$

$$S = (13 - 0 + 1) \times \frac{U_0 + U_{13}}{2} = 14 \times \frac{5 - 47}{2} = 14 \times (-21) = -294$$

يحتوي كيس على ثلاث كرات خضراء و سبع كرات حمراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.

- 1 - احسب عدد السحبات الممكنة
- 2 - احسب عدد إمكانيات سحب كرتين لونهما أحمر
- 3 - احسب عدد إمكانيات سحب كرتين هما نفس اللون

الـجـواب:

- 1 - لنحسب عدد السحبات الممكنة

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من كيس يحتوي على ثلاث كرات خضراء و سبع كرات حمراء.

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 8!} = \frac{90}{2} = 45 \quad \text{عدد السحبات الممكنة هو :}$$

- 2 - لنحسب عدد إمكانيات سحب كرتين لونهما أحمر

$$C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 5!} = \frac{42}{2} = 21 \quad \text{عدد الإمكانيات هو تاليفة لعنصرين من بين سبعة :}$$

- 3 - لنحسب عدد إمكانيات سحب كرتين هما نفس اللون

عدد الإمكانيات هو تاليفة لعنصرين من بين سبعة أو عنصرين من بين ثلاثة :

$$C_7^2 + C_3^2 = 21 + 3 = 24$$

التمرين الثالث

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

(C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

- 1 - حدد D مجموعة تعريف الدالة f
- 2 - احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 3 - بين أن : $f'(x) = (3x - 1)(x + 1)$ لكل x من D
- 4 - ادرس إشارة $f'(x)$ و اعط جدول تغيرات الدالة f
- 5 - بين أن لكل x من D لدينا : $f(x) = (x + 1)^2(x - 1)$
- 6 - حدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري المعلم

الـجـواب :

1 - $D = \mathbb{R}$ لأن دالة حدودية2 - لنحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$

لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$

3 - لدينا : $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ لكل x من \mathbb{R}

اذن : $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$ لكل x من \mathbb{R}

لنبين أن : $f'(x) = (3x - 1)(x + 1)$ لكل x من \mathbb{R}

لدينا : $(3x - 1)(x + 1) = 3x \times x + 3x \times 1 - 1 \times x - 1 \times 1$

$$= 3x^2 + 3x - x - 1 = 3x^2 + 2x - 1$$

وبالتالي : $f'(x) = (3x - 1)(x + 1)$ من \mathbb{R}

4 - لدينا : $f'(x) = (3x - 1)(x + 1)$

$$f'(x) = 0 \text{ تكافئ : } (3x - 1)(x + 1) = 0$$

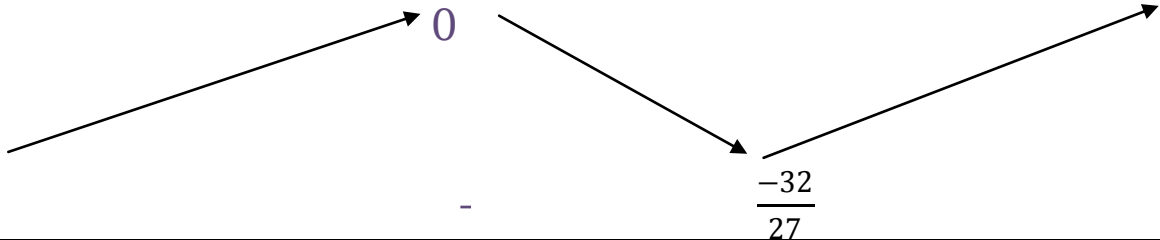
اذن : $(3x - 1) = 0$ او $(x + 1) = 0$

يعني أن : $3x = 1$ او $x = -1$

و بالتالي : $x = \frac{1}{3}$ او $x = -1$

جدول إشارة الدالة f'

| x | $-\infty$ | -1 | $\frac{1}{3}$ | $+\infty$ |
|----------|-----------|------|---------------|-----------|
| $3x - 1$ | - | | ○ | + |
| $x + 1$ | - | ○ | + | + |
| $f'(x)$ | + | ○ | ○ | + |

| | | | | | |
|---------|--|------------|-----------|------------|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ | | |
| $f'(x)$ | $+$ | \bigcirc | $-$ | \bigcirc | $+$ |
| $f(x)$ |  | | | | |

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - \frac{1}{3} - 1 = \frac{1+3-9-27}{27} = \frac{-32}{27}$$

5 - لنبين أن لكل x من IR لدينا : $f(x) = (x+1)^2(x-1)$

أن لكل x من IR لدينا : $(x+1)^2(x-1) = (x^2 + 2x + 1)(x-1)$

$$= x^2 \times x - 1 \times x^2 + 2x \times x - 1 \times 2x + 1 \times x - 1 \times 1$$

$$= x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x + x - 1$$

$$= x^3 + x^2 - x - 1 = f(x)$$

وبالتالي : لكل x من IR لدينا : $f(x) = (x+1)^2(x-1)$

6 - لحدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري المعلم :

■ نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأرتاب :

لتحديد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأرتاب نحسب دائما : $f(0)$

$$f(0) = 0^3 + 0^2 - 0 - 1 = -1$$

اذن (C) يقطع محور الأرتاب في النقطة : $A(0, -1)$

■ نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل :

لتحديد نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل نحل دائما المعادلة : $f(x) = 0$

لدينا : $f(x) = 0$ تكافئ (حسب جواب السؤال 5) $(x+1)^2(x-1) = 0$

و هذا يعني أن : $(x-1) = 0$ أو $(x+1)^2 = 0$

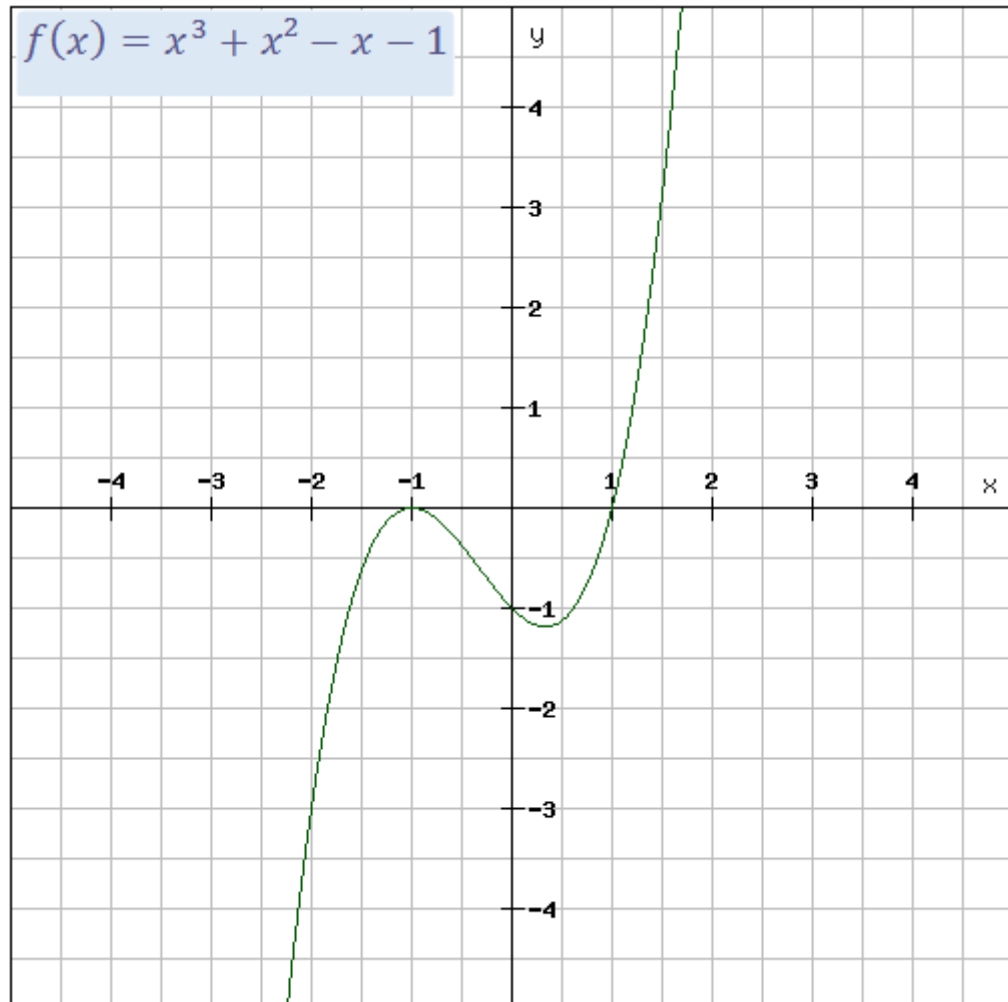
اذن $x-1 = 0$ أو $x+1 = 0$

اذن (C) يقطع محور الأفصيل في النقطتين : $B(1,0)$ و $C(-1,0)$

7 - أنشئ المنحنى (C)

جدول بعض قيم الدالة f

المنحنى



من إنجاز : ذ فؤاد نفيس